

Zadania domowe ze Wstępu do Matematyki
Grupa 5. Seria 5. Termin oddania 7.11.2012.

Zadanie 1.

Niech $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcja daną wzorem

$$f(x, y) = 2^x + y$$

dla $x, y \in \mathbb{R}$. Oblicz

1. obraz zbioru $(0, 1) \times [1, 2)$ przy funkcji f ;
2. przeciwobraz zbioru $[1, 2]$ przy funkcji f .

Zadanie 2.

Niech $f : X \rightarrow Y$ będzie funkcją. Definiujemy funkcje: *obrazu*

$$\vec{f} : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(Y)$$

przez

$$\vec{f}(A) = \{y \in Y : \exists x \in X f(x) = y \wedge x \in A\} = f[A]$$

przeciwobrazu

$$f^{-1} : \mathcal{P}(Y) \rightarrow \mathcal{P}(X)$$

przez

$$f^{-1}(B) = \{x \in X : f(x) \in B\} = f^{-1}[B]$$

Pokaż, że następujące warunki są równoważne

1. f jest 'na';
2. $\vec{f}$ jest 'na';
3. f^{-1} jest równowartościowa.

Zadanie 3.

Niech $f, \vec{f}, f^{-1}$ będą jak w poprzednim zadaniu. Udowodnij, że dla dowolnych $A \subseteq X$ i $B \subseteq Y$

$$\vec{f}(A) \subseteq B \quad \text{wtedy i tylko wtedy gdy} \quad A \subseteq f^{-1}(B).$$