

Zadania domowe ze Wstępu do Matematyki
Grupa 5. Seria 4. Termin oddania 31.10.2012.

Zadanie 1.

Niech $A_n = \{k \in \mathbb{N} : 2 \leq k \leq n \text{ and } n \nmid k\}$. Oblicz

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$$

Zadanie 2.

Podaj (prosty) przykład rodziny zbiorów $\{A_{i,j}\}_{i \in I, j \in J}$ taki, że nie zachodzi równość zbiorów

$$\bigcap_{i \in I} \bigcup_{j \in J} A_{i,j} = \bigcup_{j \in J} \bigcap_{i \in I} A_{i,j}$$

Zadanie 3.

Niech $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ rodzina zbiorów taka, że $A_{n+1} \subseteq A_n$ dla $n \in \mathbb{N}$. Udowodnij, że

$$A_0 = \bigcup_{n=0}^{\infty} (A_n - A_{n+1}) \cup \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n$$

Czy można osłabić założenia o rodzinie $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ tak, by ciągle zachodziła powyższa równość?