

Zadania z kolokwiów ze Wstępu do Informatyki. Semestr II.

Poniższe zadania są wyborem zadań z kolokwiów ze Wstępu do Informatyki jakie przeprowadziłem w ciągu ostatnich lat.

Marek Zawadowski

Zadanie 1

Napisz procedurę, która - mając dwie listy jednokierunkowe liczb całkowitych uporządkowane (ściśle) rosnąco - przełoży do pierwszej listy te elementy z drugiej, których jeszcze nie ma na pierwszej z zachowaniem uporządkowania.

Na przykład mając na wejściu listy: 3, 4, 7, 9, 15, 18 oraz 5, 7, 8, 9, 16, 18 procedura powinna zwrócić listy 3, 4, 5, 7, 8, 9, 15, 16, 18 oraz 7, 9, 18.

Zadanie 2

Napisz funkcję, która dla drzewa BST o kluczach całkowitych zwróci liczbę węzłów w tym drzewie, w których klucze są parzyste.

Zadanie 3

Opisz co to jest drzewo czerwono-czarne. Jaki jest koszt operacji wstawiania wierzchołka na drzewo czerwono-czarne? Jaki jest koszt operacji usuwania wierzchołka z drzewa czerwono-czarnego? Dlaczego rozważa się takie drzewa? Podaj dwa przykłady drzew BST z dodatkowym polem `kolor`, z których jedno jest drzewem czerwono-czarnym a drugie nie jest.

Zadanie 4

Napisz procedurę, która scali dwie listy jednokierunkowe liczb całkowitych, na których liczby ujemne stoją przed nieujemnymi, w jedną listę jednokierunkową, na której też liczby ujemne stoją przed nieujemnymi.

Na przykład dla list: -7, -2, -13, 12, 4, 17 oraz -5, -7, 18, 9 procedura może zwrócić listę -5, -2, -7, -13, 18, 12, 9, 4, 17.

Zadanie 5

Napisz funkcję, która dla grafu skierowanego reprezentowanego jako tablica list incydencji i wierzchołka v zwraca liczbę wierzchołków, do których można dojść z v po co najwyżej dwóch krawędziach.

Zadanie 6

Sformułuj problem sortowania topologicznego. Opisz algorytm rozwiązujący ten problem. Jaka jest jego złożoność? Opisz wynik działania tego algorytmu dla następującego grafu:

```
1 : 2 3 5
2 : 4 8
3 : 5 6
4 :
5 :
6 : 5 7
7 :
8 : 4 9
9 :
10 : 9
```

Zadanie 7

Napisz funkcję, która możliwie niskim kosztem sprawdzi, czy w przekazanej do niej posortowanej rosnąco tablicy T zawierającej $N \geq 1$ liczb całkowitych znajdują się dwa różne elementy takie, że ich suma jest równa zadanej liczbie całkowitej x . Wynikiem funkcji ma być 1, gdy szukana para istnieje; w przeciwnym wypadku funkcja ma zwracać 0.

Zadanie 8

Napisz w używanym na wykładzie języku programowania procedurę, której argumentami są: liczba całkowita $N \geq 1$ oraz tablica liczb całkowitych X o elementach $X_0, \dots, X_{N-1}$. Wynikiem jej działania ma być wypisanie na ekran dwóch wartości, m i s , gdzie m jest średnią arytmetyczną liczb w tablicy, natomiast s jest dane wzorem

$$s = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(X_i - m)^2}{i!}.$$

Zadanie 9

Sformułuj zadanie sortowania tablicy N liczb rzeczywistych. Sformułuj zadanie scalania dwóch tablic uporządkowanych niemalejąco. Opisz algorytm sortowania przez scalanie.

Zadanie 10

Napisz procedurę, która dla danej listy liczb całkowitych utworzy drugą listę tej samej długości o wartościach boolowskich, taką by wartość k -tego elementu na drugiej liście była true, wtedy i tylko wtedy gdy na pierwszej liście k -ty element jest podzielny przez 2.

Przykład. Lista pierwsza : 2, 3, 5, 7, 4; lista druga : true, false, false, false, true.

Zadanie 11

Napisz funkcję, która sprawdzi czy drzewo BST o kluczach całkowitych jest k -gęste. Drzewo jest k -gęste (k całkowite dodatnie), jeśli kolejne klucze różnią się dokładnie o k .

Zadanie 12

Napisz funkcję, która sprawdzi czy graf skierowany $G = (V, E)$, gdzie $V = \{1, \dots, n\}$, reprezentowany przez listy incydencji jest łańcuchem, tzn. funkcja powinna zwrócić 0, jeśli graf nie jest łańcuchem i numer pierwszego wierzchołka w łańcuchu, jeśli graf jest łańcuchem. Graf jest łańcuchem, jeśli każdy wierzchołek z wyjątkiem pierwszego ma jedną krawędź wychodzącą, a każdy wierzchołek z wyjątkiem ostatniego ma jedną krawędź wchodzącą.

Przykład. Dla grafu $3 \longrightarrow 6 \longrightarrow 4 \longrightarrow 1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 7 \longrightarrow 5$ funkcja powinna zwrócić liczbę 3.

Zadanie 13

Sformułuj problem sortowania topologicznego. Opisz algorytm sortowania topologicznego. Jaka jest złożoność tego algorytmu? W jakim porządku ustawi algorytm wierzchołki grafu reprezentowane przez listy incydencji

1 : 2 3
2 : 4 7
3 : 4
4 : 5
5 :
6 : 5
7 : 3

Zadanie 14

Napisać funkcję, która usuwa z listy jednokierunkowej liczb całkowitych liczby ujemne i zwraca ich sumę.

Zadanie 15

Napisać funkcję, która dla danego drzewa BST z kluczami całkowitymi, zwraca liczbę różnych kluczy występujących w tym drzewie.

Zadanie 16

Dany jest graf skierowany reprezentowany przez listy incydencji, dwa różne wierzchołki w tym grafie u, v i liczba całkowita dodatnia k . Napisać funkcję, która obliczy przez ile wierzchołków może przechodzić droga z u do v o długości nie większej niż k .

Zadanie 17

Co to jest silnie spójna składowa grafu zorientowanego? Opisz algorytm znajdowania silnie spójnych składowych grafy zorientowanego. Jaka jest złożoność tego algorytmu? Czy las przeszukiwania w głąb grafu skierowanego G może mieć więcej drzew niż jest silnie spójnych składowych w grafie G ? A mniej?

Zadanie 18

Napisać procedurę która usunie z listy dwukierunkowej liczb całkowitych uporządkowanej nie-malejąco elementy o powtarzających się kluczach (należy zostawić po jednym z elementów, które mają ten sam klucz).

Zadanie 19

Napisać funkcję, która dla danego drzewa BST o parami różnych kluczach całkowitych i dwóch liczb całkowitych x, y zwraca *true*, jeśli x i y występują w tym drzewie oraz poddrzewo o korzeniu x ma więcej wierzchołków niż poddrzewo o korzeniu y , a *false* w przeciwnym przypadku.

Zadanie 20

Odległość wierzchołka x od wierzchołka y w grafie zorientowanym G to suma długości najkrótszych ścieżek z x do y i z y do x w grafie G . W szczególności odległość jest ∞ (nieskończoność) gdy wierzchołki nie leżą w tej samej silnie spójnej składowej. Napisać funkcję, która dla danego grafu skierowanego G reprezentowanego przez listy incydencji wierzchołków x i y obliczy ile wierzchołków w G jest równo odległych od x i y .

Zadanie 21

Podaj dwa zastosowania algorytmu DFS do konstrukcji innych algorytmów. Jak jest złożoność algorytmu DFS? Dla grafu skierowanego G reprezentowanego przez następujące listy incydencji

```

1 :  9  3
2 :  6  2
3 :  1  2
4 :  6  2
5 :  4
6 :  2
7 : 11  6  8
8 :  7
9 :  1  2
10 : 5 12
11 : 3  7
12 :
```

podaj (narysuj) drzewa lasu przeszukiwania w głąb grafu G (przy tej reprezentacji).

Zadanie 22

Dane są dwie listy jednokierunkowe równej długości, liczb całkowitych, uporządkowane ściśle rosnąco. Napisać procedurę, która 'urozłączni' te listy w sposób zbalansowany, tzn. usunie te elementy które występują na obu listach z jednej z nich, tak by na koniec różnica długości tych list była co najwyżej 1. *Przykład.* Dla list 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 12 oraz 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14, 15 listy wynikowe mogą wyglądać na przykład tak 1, 2, 3, 8, 9, 12 oraz 4, 5, 7, 14, 15 lub tak 1, 2, 3, 7, 9 oraz 4, 5, 8, 12, 14, 15

Zadanie 23

Napisać funkcję, która dla danego drzewa binarnego zwróci liczbę wierzchołków, które mają parzystą liczbę potomków.

Zadanie 24

Napisać funkcję, która dla danego grafu skierowanego $G = (V, E)$ i wierzchołków $u, v \in V$ sprawdzi czy istnieje wierzchołek w grafie G do którego prowadzi ścieżka od obu wierzchołków u i v .

Zadanie 25

Napisać procedurę, która scala dwie listy jednokierunkowe liczb całkowitych jedną uporządkowaną niemalejąco i jedną uporządkowaną nierosnąco w jedną listę uporządkowaną niemalejąco.

Zadanie 26

Napisać funkcję, która dla danego drzewa binarnych poszukiwań zwraca liczbę wierzchołków, które mają dokładnie jednego syna.

Zadanie 27

Zorientowany graf $G = (V, E)$ ($V = \{1, \dots, n\}$) jest sumą dwóch cykli długości co najmniej 2. Napisać procedurę, która z takiego grafu reprezentowanego przez listy incydencji usunie dwie krawędzie i doda dwie krawędzie tak by po tej operacji graf stał się jednym cyklem długości n .

Zadanie 28

Napisz funkcję, która jako wartość zwraca liczbę wierzchołków drzewa BST, które są korzeniami pełnych poddrzew binarnych.

Zadanie 29

Napisz procedurę, która scala dwie listy dwukierunkowe z wartownikami uporządkowane niemalejąco w jedną listę z wartownikiem uporządkowaną niemalejąco. Po zakończeniu procedury wszystkie elementy powinny się znajdować na pierwszej liście a druga lista powinna być pustą listą z wartownikiem.

Zadanie 30

Napisz funkcję, która dla danej pary wierzchołków grafu zorientowanego sprawdza leżą one w jednej silnie spójnej składowej tego grafu.

Zadanie 31

Napisać funkcję dla danego drzewa BST o kluczach całkowitych, znajduje wskaźnik do korzenia maksymalnego poddrzewa, o kluczach parzystych.

Zadanie 32

Napisać funkcję w języku Pascal, która sprawdza czy dany graf skierowany reprezentowany przez listy incydencji jest dwudzielny.

Graf $G = (V, E)$ jest *dwudzielny* jeśli istnieje taki podział $X \cup Y = V$ zbioru V ($X \cap Y = \emptyset$), że jeśli $(i, j) \in E$ to $i \in X$ and $j \in Y$.

Zadanie 33

W tablicy A znajduje się permutacja liczb od 1 do n . Napisać procedurę w języku Pascal, która sprawdza czy permutacja z tablicy A reprezentuje cykl Hamiltona w grafie G o n wierzchołkach reprezentowanym przez listy incydencji.

Cykl w grafie G jest *cyklem Hamiltona* jeśli przechodzi przez każdy wierzchołek dokładnie jeden raz.

Zadanie 34

Napisać procedurę w języku Pascal, która dla danego drzewa BST zwraca wskaźnik do wierzchołka który jest korzeniem jej maksymalnego zbalansowanego poddrzewa. (Drzewo BST jest *zbalansowane* gdy różnica rozmiarów jego poddrzew jest co najwyżej 1.

Zadanie 35

Napisać procedurę w języku Pascal, która usuwa z listy jednokierunkowej liczb całkowitych liczby ujemne.

Zadanie 36

Napisać procedurę w języku Pascal, która sprawdza czy na liście o głowie h znajdujś się wierzchołki cyklu Eulera grafu skierowanego G o n wierzchołkach.

Zadanie 37

Napisz funkcję w języku Pascal, która sprawdza czy drzewo BST o podanym korzeniu jest pełnym drzewem binarnym.

Zadanie 38

Napisz funkcję w języku Pascal, która sprawdza czy dany graf skierowany reprezentowany przez listy incydencji jest acykliczny.

Zadanie 39

W tablicy A znajduje się permutacja liczb od 1 do n . Napisz funkcję w języku Pascal, która sprawdza czy permutacja z tablicy A reprezentuje cykl Hamiltona w grafie G o n wierzchołkach.