

Egzamin z Analizy Matematycznej I

II termin

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2022/23, semestr zimowy

27 lutego 2023 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr albumu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2, 5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. (10 pkt.) Napisać równanie stycznej w punkcie $y_0 = 25$ do wykresu funkcji odwrotnej do $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ określonej wzorem

$$f(x) = x2^x + 1.$$

2.

a. (5 pkt.) Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n!)^2}{(2n)!} x^n.$$

b. (5 pkt.) Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^4}.$$

3.

a. (5 pkt.) Obliczyć granicę lub wykazać, że nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4^x}{\sin(\pi x)},$$

b. (5 pkt.) Obliczyć granicę lub wykazać, że nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \frac{x^6}{2} - x^2 \cos(x^2)}{\sin(x^{10})}$$

4.

a. (5 pkt.) Wyznaczyć drugi wielomian Taylora dla funkcji $f(x) = \ln x$ w $x_0 = 2$.

b. (5 pkt.) Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego, którym jest szereg Taylora funkcji f w $x_0 = 2$.

5. (10 pkt.) Wyznaczyć położony najbliżej punktu $(1, 2)$ punkt należący do paraboli o ognisku w punkcie $(5, 0)$ i kierownicy $x = -5$.