

Egzamin z Analizy Matematycznej I

II termin

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2018/19, semestr zimowy

8 marca 2019 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. (10 pkt.) Obliczyć granicę (być może niewłaściwą) lub wykazać, że nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\ln(\cos x)}.$$

2. (10 pkt.) Wyznaczyć zbiór liczb $x \in \mathbb{R}$, dla których zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{3n}}{n^4 + 1}.$$

3. Uzasadnić, że równanie

$$(1 - x) \cos x = \sin x$$

ma rozwiązanie w przedziale $(0, 1)$.

4. (10 pkt.) Uzasadnić, że dla każdego $x \in [0, \frac{\pi}{2})$ zachodzi nierówność

$$\operatorname{tg} x \geq x + \frac{x^3}{3}.$$

5. (10 pkt.) Z kwadratowego kawałka tektury o powierzchni 900 cm^2 odcięto w czterech narożnikach kwadraty o boku x . Następnie z pozostałego kawałka złożono pudełko (bez przykrywki) o kwadratowej podstawie i wysokości x . Dla jakiej wartości x otrzymane pudełko ma największą objętość?