

Egzamin z Analizy Matematycznej I

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2021/22, semestr zimowy

4 marca 2022 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr albumu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. (10 pkt.) Zbadać czy ciąg

$$a_n = \sqrt[n]{5^n + 6^n}$$

jest monotoniczny od pewnego miejsca.

2. (10 pkt.) Proszę obliczyć granicę lub uzasadnić, że nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(x^2).$$

3. (10 pkt.) Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji

$$f(x) = (x+1)\sqrt[3]{7-x}$$

w punkcie $(-1, f(-1))$.

4. (10 pkt.) Proszę obliczyć granicę lub uzasadnić, że nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x+1)^x}{x^x e} \right)^x.$$

5. (10 pkt.) W którym miejscu na linii bocznej prostokątnego boiska trzeba ustawić piłkę, aby szansa trafienia nią do bramki była największa? Proszę przyjąć, że szansa trafienia jest największa gdy kąt widzenia bramki jest największy. Proszę przyjąć, że długość (odp. szerokość) boiska wynosi $105m$ (odp. $68m$), a szerokość bramki $7,32m$.