**Temat XXII.**

**Ekstrema funkcji wielu zmiennych.**

**1.** Czy punkt $(0,0)$ jest lokalnym ekstremum dla funkcji:
a) $z = z(x,y) = x^2 + y^2$;
b) $z = z(x,y) = x^2 - y^2$?

**2.** Czy funkcja $f(x,y,z) = xy + yz + zx$ ma ekstrema lokalne?

**3.** Wyznaczyć $\sup\limits_{x,y\in D} f(x,y)$ oraz $\inf\limits_{x,y\in D} f(x,y)$, gdzie:

a) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$, $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$;
c) $f(x,y) = xy^2$, $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 3\}$;
c) $f(x,y) = xy - x - y + 3$, $\quad D$ jest trójkątem o wierzchołkach w punktach $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,4)$,
d) $f(x,y) = x^2 + y^2 - x - y$, $\quad D$ jest trójkątem o wierzchołkach w punktach $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$,
e) $f(x,y) = x + 2y$, $\quad D$ jest kwadratem o wierzchołkach w punktach $(\pm 1, \pm 1)$,
f) $f(x,y) = x^2 + y^2 - x$ $\quad D$ jest kwadratem o wierzchołkach w punktach $(\pm 1, \pm 1)$.

**4.** Wyznaczyć maksymalną wartość funkcji:
a) $z = z(x,y) = 1 + \frac{4}{3}x^3 + 4y^3 - x^4 - y^4$,
b) $z = z(x,y) = (1+x^2)\exp(-x^2-y^2)$.

**5.** Wyznaczyć wymiary $x, y, z$ prostopadłościennego pudełka o ustalonej objętości $V = 1000$ i minimalnej powierzchni bocznej. Czy da się znaleźć takie pudełko o maksymalnej powierzchni bocznej?

**6.** Wyznaczyć wymiary $x, y, z$ prostopadłościennego pudełka o maksymalnej możliwej objętości i o całkowitej powierzchni bocznej równej 600.

**7.** Prostopadłościenne pudełko bez pokrywki ma mieć objętość 4 litry. Jakie powinno mieć wymiary, aby zminimalizować jego powierzchnię boczną?

**8.** Prostopadłościenne pudełko ma mieć objętość 48 litrów, przy czym koszt materiału na przód i tył wynosi 1 zł za dm$^2$, na spód i pokrywę – 2 zł za dm$^2$, a na ściany boczne – 3 zł za dm$^2$. Wyznaczyć minimalny koszt takiego pudełka.

*Krzysztof Barański i Waldemar Pałuba*