

Temat XXI.

Funkcje klasy C^1 . Pochodna złożenia. Gradient. Przyrost funkcji.

1. We wszystkich przykładach z zadania 4. tematu XX, rozstrzygnąć, czy dane odwzorowanie jest klasy C^1 .
2. We wszystkich przykładach z zadania 5. tematu XX, wyznaczyć macierz Jacobiego odwzorowania złożonego, korzystając z twierdzenia o różniczce złożenia funkcji. Ponadto, tam gdzie to możliwe, wyznaczyć macierz Jacobiego odwzorowania odwrotnego, korzystając z twierdzenia o różniczce funkcji odwrotnej.
3. Znaleźć kierunek najszybszego wzrostu funkcji f , czyli jej gradient, w punkcie P dla:
a) $f(x, y) = \sin \frac{\pi xy}{4}$, $P = (3, -1)$; b) $f(x, y, z) = e^x \sin y + e^y \sin z + e^z \sin x$, $P = (0, 0, 0)$.
4. Znajdujemy się w punkcie o współrzędnych $(-100, -100, 430)$ na wzgórzu, którego powierzchnia jest wykresem funkcji $z = 500 - 0,003x^2 - 0,004y^2$.
a) W jakim kierunku stromizna wzgórza jest największa i jaki jest kąt nachylenia zbocza w tym kierunku?
b) Jaki jest kąt nachylenia zbocza w kierunku północno-wschodnim?
5. Jakie jest równanie prostej stycznej do krzywej o równaniu:
a) $2x^3 + 2y^3 - 9xy$ w punkcie $P = (1, 2)$,
b) $x^4 + xy + y^2 = 19$ w punkcie $P = (2, -3)$?

Krzysztof Barański i Waldemar Pałuba