

Temat XXIX

Najprostsze równania różniczkowe.

1. Znaleźć rozwiązania ogólne równań:

a) $y' = e^{-t}$,

b) $y' = t$,

c) $y' = \frac{2t}{t^2+1}$.

W jakich obszarach te rozwiązania są określone?

2. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia Cauchy'ego dla równania

$$y' = 1 + y^2,$$

z warunkiem początkowym $y(0) = 0$. Na jakim przedziale określone jest to rozwiązanie?

3. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia Cauchy'ego dla równania

$$y' = y^2,$$

z warunkiem początkowym $y(0) = 1$. Na jakim przedziale określone jest to rozwiązanie?

4. Rozwiązać ponownie zadanie 16. z Tematu 4, stosując model ciągłej kapitalizacji odsetek i rozwiązując odpowiednie równanie różniczkowe.

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$y' = -2ty.$$

6. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$y' = -3y + t + e^{-2t}.$$

Wskazówka: pomnożyć równanie stronami przez niezerujący się czynnik e^{3t} .

7. Rozwiązać metodą podaną na wykładzie równanie liniowe o stałych współczynnikach

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_1 - 2y_2, \\ y_2' &= 3y_1 + 4y_2 \end{aligned}$$

8. Odgadnąć postać rozwiązań równania liniowego o stałych współczynnikach

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_2, \\ y_2' &= y_1. \end{aligned}$$

Dlaczego metoda z wykładu nie stosuje się bezpośrednio do powyższego równania?

Krzysztof Barański i Waldemar Pałuba