

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2011/12, semestr letni
II kolokwium, termin dodatkowy, 12 czerwca 2012 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za każde zadanie. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Obliczyć grad $f(0,0)$ (lub stwierdzić, że nie istnieje) dla $f(x,y) = |x \sin y|$.

Odpowiedź:

2. Niech $f(x,y,z) = \sqrt[3]{x^2 + y^2 + z^2}$. Rozstrzygnąć, czy:

grad $f(x,y,z)$ istnieje dla wszystkich $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ **TAK/NIE:**

funkcja f jest różniczkowalna dla wszystkich $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ **TAK/NIE:**

3. Wyznaczyć macierz Jacobiego odwzorowania $f = h \circ g$ w punkcie $(0,1)$, jeśli $g(x,y) = (2x+y, x+y)$, $h(u,v) = (\sin(uv), \cos(uv))$.

Odpowiedź:

4. Czy istnieje dyfeomorfizm klasy C^1 zbioru A na zbiór B , jeśli:

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 < 1\}$, $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ **TAK/NIE:**

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 < 1\}$, $B = \mathbb{R}^2$ **TAK/NIE:**

5. Znaleźć maksimum funkcji $f(x,y) = x^2 + 4x + y^2 - 2y$ na zbiorze $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 5, |y| \leq 2\}$.

Odpowiedź:

6. Rozstrzygnąć, czy forma kwadratowa o macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ jest: dodatnio określona, dodatnio półokreślona, ujemnie określona, ujemnie półokreślona czy nieokreślona.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

7. Niech $f(x, y) = \sin^2(xy) + 2 \cos^2(xy)$ dla $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Znaleźć maksimum f (lub stwierdzić, że nie jest przyjmowane):

Odpowiedź:

8. Wyznaczyć wszystkie punkty siodłowe funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2x^2 - x^4 + 4y^2 - 32y^4$.

Odpowiedź:

9. Wyznaczyć wszystkie punkty, w których funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2x^2 - x^4 + 4y^2 - 32y^4$ ma lokalne maksima.

Odpowiedź:

10. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 2y = z\}$. Podać równanie płaszczyzny normalnej (prostopadłej) do M w punkcie $(0, 1, 2)$.

Odpowiedź:

11. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 2y = z\}$. Podać przykład niezerowego wektora należącego do przestrzeni stycznej do M w punkcie $(0, 1, 2)$.

Odpowiedź:

12. Znaleźć punkt na krzywej o równaniu

$$2x^2 + (x + y)^2 = 3,$$

dla którego współrzędna y jest największa.

Odpowiedź:

13. Znaleźć punkt na krzywej o równaniu

$$2x^2 + (x + y)^2 = 3,$$

dla którego współrzędna x jest najmniejsza.

Odpowiedź:

14. Wskazać dyfeomorfizm zbioru

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < (x - 1)^2\}$$

na trójkąt o wierzchołkach $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.

Odpowiedź:

15. Niech będzie dane równanie $2x + e^x = y + e^y$. Znaleźć pochodną funkcji uwikłanej $x(y)$ w punkcie $y = 0$, jeśli wiadomo, że $x(0) = 0$.

Odpowiedź: