

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2017/18, semestr letni
II kolokwium, 25 maja 2018 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1 pkt.) Znaleźć równanie prostej stycznej do krzywej o równaniu $x^3 + y^3 = \frac{9}{2}xy$ w punkcie $(2, 1)$.

Odpowiedź:

2. (2 pkt.) Niech $f(x, y) = x^2 - y$. Znaleźć maksimum oraz minimum funkcji f na zbiorze

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

Odpowiedź: $\max f = \dots\dots\dots$, $\min f = \dots\dots\dots$

3. (1 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $f(x, y) = 160x - 3x^2 - 2xy - 2y^2 + 120y - 18$.

lokalne minima:

lokalne maksima:

punkty siodłowe:

4. (1,5 pkt.) Niech $f : (0, \infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją danej wzorem $f(x, y) = x^3y - \frac{x}{y}$. Wyznaczyć macierz Hessego funkcji f w punkcie $(2, 1)$.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

5. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $f(x, y) = 3x - x^3 - 3xy^2$.

lokalne minima:

lokalne maksima:

punkty siodłowe:

6. (1 pkt.) Rozstrzygnąć, czy forma kwadratowa o macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ jest: dodatnio określona, dodatnio półokreślona, ujemnie określona, ujemnie półokreślona czy nieokreślona.

Odpowiedź:

7. (1 pkt.) Podać wzór funkcji dwóch zmiennych f będącej dyfeomorfizmem klasy C^1 takim, że $f(B(0, 1)) = D$, gdzie $B(0, 1)$ jest otwartym kołem o środku w punkcie $(0, 0)$ i promieniu 1, zaś D jest wnętrzem trójkąta o wierzchołkach $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$.

Odpowiedź:

8. (2 pkt.) Niech $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x + 6y$. Znaleźć maksimum i minimum funkcji f na zbiorze $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Odpowiedź: $\max f =$, $\min f =$

9. (2 pkt.) Wyznaczyć macierz Jakobiego funkcji $f = h \circ g$ w punkcie $(1, 1)$ dla

$$g(x, y) = \left(\frac{x}{y}, x + y\right), \quad h(u, v) = (\arctg(u + v), e^{uv}), \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}.$$

Odpowiedź:

10. (1, 5 pkt.) Wskazać zbiór punktów, w których różniczkowalna jest funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 y}$.

Odpowiedź: