

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2016/17, semestr letni
II kolokwium, 26 maja 2017 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (2 pkt.) Istnieje liczba $a \in \mathbb{R}$ taka, że forma kwadratowa o macierzy $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

jest dodatnio określona. **TAK/NIE:**

jest ujemnie określona. **TAK/NIE:**

jest dodatnio półokreślona. **TAK/NIE:**

jest ujemnie półokreślona. **TAK/NIE:**

2. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $f(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

lokalne minima:

lokalne maksima:

punkty siodłowe:

3. (1 pkt.) Czy istnieje dyfeomorfizm klasy C^1 zbioru A na zbiór B , jeśli:
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 < y < 2\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > y\}$ **TAK/NIE:**

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| < 1\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$ **TAK/NIE:**

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

4. (1 pkt.) Niech $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$, zaś $f(x, y) = x^2 + y$. Znaleźć maksimum oraz minimum f na zbiorze K .

Odpowiedź: $\max f = \dots\dots\dots$, $\min f = \dots\dots\dots$

5. (1 pkt.) Wskazać funkcję klasy C^1 , $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ taką, że $f(0, -1) = 0$ oraz dla wszystkich $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -(y + 1)e^{-x} + 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = e^{-x}.$$

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

6. (1 pkt.) Niech $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$, zaś $f(x, y) = xy^2$. Znaleźć maksimum oraz minimum f na zbiorze K .

Odpowiedź: $\max f = \dots\dots\dots$, $\min f = \dots\dots\dots$

7. (2 pkt.) Wyznaczyć macierz Jakobiego funkcji $f = h \circ g$ dla

$$g(x, y) = (x + y, x - y), \quad h(u, v) = (uv, u^2, v^2), \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}.$$

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

8. (2 pkt.) Znaleźć kresy funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $f(x, y) = xye^{-x^2-y^4}$ na \mathbb{R}^2 .

Odpowiedź: $\sup f = \dots\dots\dots$, $\inf f = \dots\dots\dots$

9. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $f(x, y) = x^4 + 3y^4 - x^3 - 12y$

lokalne minima: $\dots\dots\dots$

lokalne maksima: $\dots\dots\dots$

punkty siodłowe: $\dots\dots\dots$

10. (1 pkt.) Niech $f : \mathbb{R} \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$ będzie funkcją daną wzorem $f(x, y) = (\ln y, xy^2)$. Wyznaczyć $(MJf^{-1})(0, 2)$.

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$