

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2012/13, semestr letni
II kolokwium, termin dodatkowy, 11 czerwca 2013 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za każde zadanie. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Obliczyć grad $f(0,0)$ lub stwierdzić, że nie istnieje dla $f(x,y) = \sin \sqrt[5]{xy}$.

Odpowiedź:

2. Niech $f(x,y,z) = \sqrt[3]{xy^2z^3}$. Rozstrzygnąć, czy:

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)$ istnieje dla wszystkich $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ TAK/NIE:

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)$ istnieje dla wszystkich $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ TAK/NIE:

$\frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)$ istnieje dla wszystkich $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ TAK/NIE:

3. Obliczyć rząd macierzy Jacobiego odwzorowania $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (x^2 + y^2 + z, x^2 + y^2 + z^2)$ w punkcie $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Odpowiedź:

4. Znaleźć normę gradientu funkcji $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ w punkcie $(0,2)$.

Odpowiedź:

5. Znaleźć wartość jacobianu funkcji $f(x,y) = g(g(x,y))$ w punkcie $(1,1)$, jeśli $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x,y) = (x^2 + y^2, 2xy)$.

Odpowiedź:

6. Znaleźć wszystkie punkty siodłowe funkcji $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 32x^4 - 4x^2 + y^4 - 2y^2$.

Odpowiedź:

7. Znaleźć wszystkie punkty, w których funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 2x^2 - 5x + y^2 + 3y - xy$ ma lokalne ekstrema.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

8. Znaleźć maksimum i minimum funkcji $f(x, y) = x^2 - 2x + y^2 + 4y$ na zbiorze $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 5\}$.

Odpowiedź:

9. Znaleźć maksimum i minimum funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 3 \sin^2 e^{x+y} + \cos^2 e^{x+y}$.

Odpowiedź:

10. Znaleźć maksimum funkcji $f(x, y) = 2x + y$ na zbiorze $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 5\}$.

Odpowiedź:

11. Znaleźć maksimum funkcji $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ na zbiorze $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 5\}$.

Odpowiedź:

12. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 2z, y^2 + z^2 = 1\}$. Podaj równanie płaszczyzny normalnej (prostopadłej) do M w punkcie $(2, 0, 1)$.

Odpowiedź:

13. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 2z, y^2 + z^2 = 1\}$. Podać przykład niezerowego wektora należącego do przestrzeni stycznej do M w punkcie $(2, 0, 1)$.

Odpowiedź:

14. Podać równanie płaszczyzny stycznej do wykresu funkcji $f(x, y) = y^2 - x^2$ w punkcie $(1, 1, 0)$.

Odpowiedź:

15. Niech $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$. Rozstrzygnąć, czy:

f jest dyfeomorfizmem klasy C^1 zbioru \mathbb{R}^2 na zbiór $f(\mathbb{R}^2)$ TAK/NIE:

istnieje otoczenie U punktu $(0, 0)$ takie, że f jest różnowartościowa na U TAK/NIE: