

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2018/19, semestr letni  
II kolokwium, 27 maja 2019 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 10 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1 pkt.) Obliczyć pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = x^2 \cos y$  w punkcie  $(2, \pi)$  w kierunku wektora  $\vec{h} = [1, 1]$ .

**Odpowiedź:** .....

2. (1, 5 pkt.) Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji  $f : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0, y \in (0, \pi)\} \rightarrow \mathbb{R}$  określonej wzorem  $f(x, y, z) = (x \sin y)^z$  w punkcie  $(2, \frac{\pi}{4}, 3)$ .

**Odpowiedź:** .....

3. (1 pkt.) Wyznaczyć kierunek najszybszego wzrostu funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  określonej wzorem  $f(x, y) = x^2 - y^2$  w punkcie  $(2, 5)$ .

**Odpowiedź:** .....

4. (2 pkt.) Wyznaczyć macierz Jacobiego funkcji  $f = h \circ g$  w punkcie  $(0, \frac{\pi}{2})$  jeśli  $g(x, y) = (x \sin y, xy, e^{\sin(xy)})$ ,  $h(z_1, z_2, z_3) = (z_1 - 2z_2, z_2 - 2z_3, z_3 - 2z_1)$ ,  $x, y, z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{R}$ .

**Odpowiedź:** .....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

5. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem  $f(x, y) = 2x^3 + 9xy^2 + 15x^2 + 27y^2$ .

lokalne minima: .....

lokalne maksima: .....

punkty siodłowe: .....

6. (2 pkt.) Znaleźć największą (max) i najmniejszą (min) wartość funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem  $f(x, y) = (x + y)e^{-(x^2+y^2)}$ .

**Odpowiedź:**  $\max f = \dots\dots\dots$ ,  $\min f = \dots\dots\dots$

7. (1 pkt.) Niech  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x + 6y$ . Znaleźć maksimum (max) oraz minimum (min) funkcji  $f$  na kole domkniętym o promieniu 2 i środku w punkcie  $(0, 0)$ .

**Odpowiedź:**  $\max f = \dots\dots\dots$ ,  $\min f = \dots\dots\dots$

8. (1, 5 pkt.) Wyznaczyć macierz Hessego funkcji  $f(x, y) = \sin(x^2y)$  w punkcie  $(\sqrt{\pi}, 2)$ .

**Odpowiedź:** .....

9. (1 pkt.) Wskazać funkcję  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  klasy  $C^1$  taką, że

$$f(0, 1) = 3 \text{ i } \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -e^{-x}(y^2 + 2y) \text{ oraz } \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = e^{-x}(2y + 2).$$

**Odpowiedź:** .....

10. (2 pkt.) Niech  $f : (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$  będzie funkcją daną wzorem  $f(x, y) = (x^3 + x^2y + y^3, x^2 - y^2)$ . Wyznaczyć  $MJf^{-1}(3, 0)$  (macierz Jacobiego funkcji odwrotnej do  $f$  obliczoną w punkcie  $(3, 0)$ ).

**Odpowiedź:** .....