

**Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych**  
**rok akademicki 2015/16, semestr letni**  
**II kolokwium, 20 maja 2016 r.**

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 10 zadań. Przy każdym zadaniu podano punktację. Suma zostanie zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1 pkt.) Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji  $f(x, y, z) = x^{yz}$  w punkcie  $(x, y, z)$  o wszystkich współrzędnych dodatnich.

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = \dots\dots\dots$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = \dots\dots\dots$ ,  $\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = \dots\dots\dots$

2. (1 pkt.) Wyznaczyć kierunek najszybszego wzrostu funkcji  $f(x, y, z) = \exp(\sqrt{xyz^2})$  w punkcie  $(1, 1, -1)$ :

**Odpowiedź:** .....

3. (2 pkt.) Niech  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją daną wzorem,

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{y}{x} & \text{dla } (x, y), x \neq 0, y \in \mathbb{R} \\ 0 & \text{dla } (0, y), y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Funkcja  $f$

jest ciągła w  $\mathbb{R}^2$ . **TAK/NIE:** .....

jest różniczkowalna w  $\mathbb{R}^2$ . **TAK/NIE:** .....

ma pochodne cząstkowe w każdym punkcie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . **TAK/NIE:** .....

jest różniczkowalna poza  $(0, 0)$ . **TAK/NIE:** .....

4. (1 pkt.) Niech  $f(x, y) = \arctg \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ . Obliczyć  $\text{grad } f(0, 0)$  lub stwierdzić, że nie istnieje.

**Odpowiedź:** .....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

5. (2 pkt.) Wyznaczyć macierz Jakobiego funkcji  $f = h \circ g$  dla

$$g(x, y) = (x + 2y, y - 3x), \quad h(u, v) = (e^u \sin v, e^v \cos u), \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}.$$

**Odpowiedź:** .....

6. (2 pkt.) Istnieje liczba  $a \in \mathbb{R}$  taka, że forma kwadratowa o macierzy  $\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$

jest dodatnio określona. **TAK/NIE:** .....

jest ujemnie określona. **TAK/NIE:** .....

jest dodatnio półokreślona. **TAK/NIE:** .....

jest ujemnie półokreślona. **TAK/NIE:** .....

7. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem  $f(x, y) = 2x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y - 12x - 4$

lokalne minima: .....

lokalne maksima: .....

punkty siodłowe: .....

8. (1 pkt.) Znaleźć pochodną kierunkową funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = \operatorname{tg}(e^x \cdot y^z)$  w punkcie  $(0, 1, 1)$  w kierunku wektora  $[1, 1, 1]$ .

**Odpowiedź:** .....

9. (1 pkt.) Niech  $f(x, y) = xy^2 e^{-(x^2+y^2)}$ . Obliczyć najmniejszą wartość funkcji  $f$  na  $\mathbb{R}^2$  lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli minimum nie istnieje oraz obliczyć największą wartość funkcji  $f$  na  $\mathbb{R}^2$  lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli maksimum nie istnieje.

**Odpowiedź:** min  $f$  ..... max  $f$  .....

10. (2 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem  $f(x, y) = 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$

lokalne minima: .....

lokalne maksima: .....

punkty siodłowe: .....