

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2014/15, semestr letni
II kolokwium, 22 maja 2015 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie, suma pomnożona przez $3/2$ i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. Niech $f(x, y) = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}$. Obliczyć $\operatorname{grad} f(0, 0)$ lub stwierdzić że nie istnieje.

Odpowiedź:

2. Wyznaczyć jacobian funkcji $f = h \circ g$ dla

$$g(x, y) = (x + y, x - y), \quad h(u, v) = (u^2 + v^2, uv), \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}.$$

Odpowiedź:

3. Niech $f(x, y) = x^2 + y$. Znaleźć maksimum funkcji f na zbiorze

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}.$$

Odpowiedź:

4. Niech $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$, zaś $f(x, y) = xy$. Znaleźć maksimum funkcji f na zbiorze K oraz minimum funkcji f na brzegu zbioru K .

Odpowiedź:

5. Rozstrzygnąć, czy forma kwadratowa o macierzy $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ jest: dodatnio określona, dodatnio półokreślona, ujemnie określona, ujemnie półokreślona czy nieokreślona.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

6. Znaleźć wszystkie punkty, w których funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - y^2$$

ma lokalne ekstrema.

Odpowiedź:

7. Niech $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (\sin(x + y), x^2 + y^2)$. Rozstrzygnąć, czy:

funkcja f jest odwracalna (różnowartościowa)

TAK/NIE:

istnieje otoczenie punktu $(0, 0)$, na którym funkcja f jest odwracalna

TAK/NIE:

istnieje otoczenie punktu $\left(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$, na którym funkcja f jest odwracalna

TAK/NIE:

8. Niech będzie dane równanie $yx^3 + xy^3 - y^3 - 1 = 0$. Znaleźć $y'(1)$, gdzie $y = y(x)$ jest funkcją uwikłaną wyznaczoną przez to równanie.

Odpowiedź:

9. Napisać równanie płaszczyzny normalnej (prostopadłej) do rozmaitości

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4, x + y + z = 0\}.$$

w punkcie $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, -2\sqrt{2})$.

Odpowiedź:

10. Podać przykład niezerowego wektora stycznego do rozmaitości

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4, x + y + z = 0\}.$$

w punkcie $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, -2\sqrt{2})$.

Odpowiedź: