

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2013/14, semestr letni
II kolokwium, 23 maja 2014 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 równo punktowanych zadań, 1 punkt za każde zadanie (następnie suma pomnożona przez $3/2$ i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Obliczyć grad $f(0,0)$, lub stwierdzić że nie istnieje, dla $f(x,y) = |x \sin y|$.

Odpowiedź:

2. Wskazać funkcję klasy C^1 , $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ taką, że

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x+y} + 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = e^{x+y} + 4y,$$

oraz $f(0,0) = 0$.

Odpowiedź:

3. Rozstrzygnąć, czy forma kwadratowa o macierzy $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ jest: dodatnio określona, dodatnio półokreślona, ujemnie określona, ujemnie półokreślona czy nieokreślona.

Odpowiedź:

4. Wskazać dyfeomorfizm klasy C^1 zbioru $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < \frac{1}{x}\}$ na wnętrze trójkąta o wierzchołkach $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

5. Czy istnieje dyfeomorfizm klasy C^1 zbioru A na zbiór B , jeśli:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\} \quad \text{TAK/NIE: } \dots\dots\dots$$

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, y < 0\} \\ \text{TAK/NIE: } \dots\dots\dots$$

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 < 0\}, \quad B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1\} \\ \text{TAK/NIE: } \dots\dots\dots$$

6. Niech będzie dane równanie $2x + e^x = 4y + e^y$. Znaleźć pochodną funkcji uwikłanej $y(x)$ w punkcie $x = 0$.

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

7. Niech $f(x, y) = \sin^2(xy) + 2\cos^2(xy)$ dla $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Znaleźć maksimum f (lub stwierdzić, że nie jest przyjmowane).

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

8. Niech $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$, zaś $f(x, y) = x^2 - y^2$. Znaleźć maksimum f na zbiorze K oraz minimum f na brzegu zbioru K .

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

9. Znaleźć wszystkie punkty, w których funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 + 3x - xy + 2y^2 - 5y + 1$$

ma lokalne minima.

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$

10. Podać równanie płaszczyzny stycznej do wykresu funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

w punkcie $(1, 1, 0)$.

Odpowiedź: $\dots\dots\dots$