

Analiza matematyczna na Wydziale Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2010/11, semestr letni
7 czerwca 2011 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia.....

UWAGA! *Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 3 punkty.*

1. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

2. Określić, czy zbiór

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + 3z^2 \geq 4\}$$

jest:

- a) ograniczony,
- b) domknięty,
- c) zwarty,
- d) wypukły.

3. Zbadać, ile rozwiązań ma równanie

$$5 \sin x = 4x.$$

4. Obliczyć grad $f(1, 1)$ dla $f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^y - y^x.$$

5. Zbadać, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{dla } x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & \text{dla } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

ma w punkcie $(0, 0)$ ekstremum lokalne.

ODWRÓCIĆ!

6. Niech

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}, \quad f(x, y) = x^2 - y^2.$$

Znaleźć maksimum f na zbiorze K oraz minimum f na zbiorze ∂K .

7. Znaleźć wszystkie punkty siodłowe funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 2x^2 - x^4 + 4y^2 - 32y^4$$

8. Znaleźć wszystkie lokalne ekstrema funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 + 3x - xy + 2y^2 - 5y + 1.$$

9. Wskazać dyfeomorfizm zbioru

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < (x - 1)^2\}$$

na trójkąt o wierzchołkach $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$.

10. Podaj równanie płaszczyzny stycznej do wykresu funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

w punkcie $(1, 1, 0)$.