

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2016/17, semestr letni  
I kolokwium, 21 kwietnia 2017 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 10 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1 pkt.) Obliczyć całkę nieoznaczoną.  $\int \frac{x^2}{1-x^2} dx$ .

Odpowiedź: .....

2. (2 pkt.) Rozstrzygnąć, czy zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y + z \leq 5, z^2 - x^2 - y^2 \geq 0, z \geq 0\}$  jest:

wypukły                      TAK/NIE: .....

domknięty                    TAK/NIE: .....

zwarty                        TAK/NIE: .....

spójny                        TAK/NIE: .....

3. (1 pkt.) Obliczyć całkę oznaczoną  $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$ .

Odpowiedź: .....

4. (1,5 pkt.) Znaleźć granicę ciągu  $\left(\sqrt[n]{5^n - 3^n}, (1 + \sin \frac{1}{n})^n, n \ln(\frac{n^2+1}{n^2})\right)$  w  $\mathbb{R}^3$  lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli granica nie istnieje.

Odpowiedź: .....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

5. (1 pkt.) Niech  $F : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją daną wzorem  $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$ .  
Obliczyć  $F'(2)$ .

**Odpowiedź:** .....

6. (2 pkt.) Obliczyć  $\int_2^\infty \frac{1}{x^2 + x - 2} dx$  lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli całka niewłaściwa nie istnieje.

**Odpowiedź:** .....

7. (1, 5 pkt.) Niech  $\|\cdot\|$  będzie dowolną normą w  $\mathbb{R}^k$  oraz niech  $f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją daną wzorem  $f(x) = \ln(1 + \|x\|)$

Funkcja  $f$  jest ciągła w punkcie 0. **TAK/NIE:** .....

Funkcja  $f$  jest ograniczona. **TAK/NIE:** .....

Istnieje  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x)$ . **TAK/NIE:** .....

8. (2 pkt.) Rozstrzygnąć, czy zbiór  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x+4)^2 + y^2 > (x-2)^2\}$  jest:

wypukły **TAK/NIE:** .....

otwarty **TAK/NIE:** .....

zwarty **TAK/NIE:** .....

spójny **TAK/NIE:** .....

9. (1, 5 pkt.) Niech  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją określoną wzorem  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ .

Istnieje  $\frac{\partial f}{\partial x} f(0, 0)$ . **TAK/NIE:** .....

Istnieje  $\frac{\partial f}{\partial y} f(0, 0)$ . **TAK/NIE:** .....

Funkcja  $f$  jest różniczkowalna w punkcie  $(0, 0)$ . **TAK/NIE:** .....

10. (1, 5 pkt.) Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji  $f : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$  określonej wzorem

$$f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}.$$

w punkcie  $(1, 2, 3)$ .

**Odpowiedź:** .....