

Analiza matematyczna na Wydziale Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2010/11, semestr letni
7 czerwca 2011 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! *Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 2 punkty.*

1. Obliczyć całkę

$$\int_0^1 x \sqrt{1 - 2x + x^2} dx.$$

2. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx.$$

3. Rozwinąć w szereg potęgowy o środku w $x_0 = 0$ funkcję

$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

i znaleźć promień zbieżności tego szeregu.

4. Określić, czy zbiór

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 < 2\}$$

jest:

- a) ograniczony,
- b) domknięty,
- c) zwarty,
- d) wypukły.

5. Obliczyć granicę

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1 + x^4 + y^4} - 1}{x^4 + y^4}.$$

ODWRÓCIĆ!

6. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2} & \text{dla } x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & \text{dla } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

jest ciągła w całej dziedzinie.

7. Zbadać, w jakich punktach $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ istnieje gradient funkcji

$$f(x, y) = \sqrt{x^3 + y^3}.$$

8. Wskazać przykład funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ takiej, że

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2x + y, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x + 4y$$

dla $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

9. Znaleźć minimum i maksimum funkcji $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 - 2y$ na zbiorze

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 5, |y| \leq 2\}.$$

10. Znaleźć minimum i maksimum funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \sin^2(xy) + 2 \cos^2(xy).$$