

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2014/15, semestr letni
I kolokwium, 17 kwietnia 2015 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie, suma pomnożona przez 3/2 i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$. **Odpowiedź:**

2. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_1^2 x \ln x \, dx$. **Odpowiedź:**

3. Obliczyć całkę niewłaściwą $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)x}$. **Odpowiedź:**

4. Obliczyć całkę niewłaściwą $\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} \, dx$. **Odpowiedź:**

5. Rozstrzygnąć, czy zbiór $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > x^2 + y^2\}$ jest:

wypukły **TAK/NIE:**

domknięty **TAK/NIE:**

zwarty **TAK/NIE:**

6. Znaleźć poniższą granicę ciągu w \mathbb{R}^2 lub stwierdzić, że nie istnieje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin(n^2) + n^2}{n^2 + n}, \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1} \right)$$

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

7. Znaleźć poniższą granicę lub stwierdzić, że nie istnieje:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+xy} - 1}{y \sin x}$$

Odpowiedź:

8. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

jest

ciągła w punkcie $(0, 0)$ **TAK/NIE:**

ciągła w punkcie $(-1, 1)$ **TAK/NIE:**

ograniczona **TAK/NIE:**

9. Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji $f : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \neq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej wzorem

$$f(x, y, z) = \frac{\operatorname{arctg}(yz)}{x}.$$

Odpowiedź:

10. Niech $f : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = xe^{-y} + y^2 \ln z.$$

Obliczyć iloczyn skalarny gradientu funkcji f w punkcie $(1, 2, 3)$ i wektora $(1, 2, 3)$.

Odpowiedź: