

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2011/12, semestr letni
I kolokwium, termin dodatkowy, 12 czerwca 2012 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za każde zadanie. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Napisać wzór na 2012-tą pochodną funkcji $f(x) = x \ln x$, $x > 0$.

Odpowiedź:

2. Znaleźć wszystkie punkty przegięcia wykresu funkcji $f(x) = x^2 \ln x$ dla $x > 0$.

Odpowiedź:

3. Napisać rozwinięcie funkcji $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$ w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 0$ i podać promień zbieżności tego szeregu.

Odpowiedź:

4. Napisać rozwinięcie funkcji $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 0$ i podać promień zbieżności tego szeregu.

Odpowiedź:

5. Wyznaczyć wszystkie punkty $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, gdzie funkcja $f(x) = \frac{(x-1)^3}{2-x}$ przyjmuje ekstrema lokalne.

Odpowiedź:

6. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

Odpowiedź:

7. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_4^{+\infty} \frac{dx}{(2-x)(3-x)}.$$

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

8. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{x} - \sin \frac{1}{x} \right).$$

Odpowiedź:

9. Niech $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 < 3\}$. Rozstrzygnąć, czy zbiór A jest:

ograniczony TAK/NIE:

wypukły TAK/NIE:

domknięty TAK/NIE:

zwarty TAK/NIE:

10. Znaleźć granicę

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy^2z^3}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Odpowiedź:

10. Znaleźć granicę

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^4+y^4} - 1}{x^4 + y^4}.$$

Odpowiedź:

12. Znaleźć normę gradientu funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sin^3 x \cos^3 y$ w punkcie (π, π) .

Odpowiedź:

13. Dla $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ znaleźć iloczyn skalarny $\langle \text{grad } f(1, 1), \text{grad } f(8, 8) \rangle$.

Odpowiedź:

14. Obliczyć pochodne cząstkowe $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ dla funkcji $f(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$, $x \neq 0$.

Odpowiedź:

15. Obliczyć rząd macierzy Jacobiego funkcji $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x + y + z, x^2 + y^2 + z^2)$ w punkcie $(1, 1, 1)$.

Odpowiedź: