

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2017/18, semestr letni  
I kolokwium, 20 kwietnia 2018 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 11 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1 pkt.) Obliczyć całkę nieoznaczoną.  $\int \frac{x-1}{x^2+x} dx$ .

Odpowiedź: .....

2. (1 pkt.) Obliczyć całkę niewłaściwą  $\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$ . lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli podana całka nie istnieje.

Odpowiedź: .....

3. (1 pkt.) Obliczyć całkę nieoznaczoną  $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ .

Odpowiedź: .....

4. (1 pkt.) Obliczyć całkę oznaczoną  $\int_3^6 |2x-10| dx$ .

Odpowiedź: .....

5. (1 pkt.) Obliczyć cosinus kąta pomiędzy wektorami  $\vec{u} = [2, 1, 1]$ ,  $\vec{v} = [\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0]$ .

Odpowiedź: .....

6. (2 pkt.) Znaleźć granicę ciągu  $\left( \sqrt[n]{2018 + \ln n}, n(1 - \cos \sqrt{\frac{1}{n}}), \arctg n, \frac{\ln n}{n^{2018}} \right)$  w  $\mathbb{R}^4$  lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli granica nie istnieje.

Odpowiedź: .....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

7. (2 pkt.) Niech  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| > 0, y < 1, z \neq -2\}$  oraz  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -3 \leq x \leq 1, y = 1, z = -5\}$ . Rozstrzygnąć, które z poniższych zdań są prawdziwe:

Zbiór A jest otwarty. **TAK/NIE:** .....

Zbiór A jest domknięty. **TAK/NIE:** .....

Zbiór B jest otwarty. **TAK/NIE:** .....

Zbiór B jest domknięty. **TAK/NIE:** .....

8. (2 pkt.) Dla każdej z poniższych funkcji  $f$  określonych na parach wektorów  $x = [x_1, x_2]$ ,  $y = [y_1, y_2]$  odpowiedzieć TAK (odp. NIE) jeżeli dana funkcja jest (odp. nie jest) iloczynem skalarnym:

$f(x, y) = x_2 y_2$  **TAK/NIE:** .....

$f(x, y) = 2x_1 y_2 + x_2 y_1$  **TAK/NIE:** .....

$f(x, y) = x_1 y_1 - x_2 y_2$  **TAK/NIE:** .....

$f(x, y) = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$  **TAK/NIE:** .....

9. (1 pkt.) Podać dowolne wartości parametrów  $a \neq 0, b \in \mathbb{R}$ , dla których ciągła jest funkcja  $f$  dana wzorem

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{(x^2+y^2)^a} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ b & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

lub wpisać NIE ISTNIEJĄ w przypadku, gdy takie parametry nie istnieją.

**Odpowiedź:** .....

10. (1 pkt.) Obliczyć pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = xy$  w punkcie  $(2, 3)$  w kierunku wektora  $\vec{h} = [1, 1]$ .

**Odpowiedź:** .....

11. (2 pkt.) Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji  $f : \{(x, y, z, v) \in \mathbb{R}^4 : x, y, z, v > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$  określonej wzorem  $f(x, y, z, v) = v \arctg x + \frac{xz}{y}$  w punkcie  $(1, 3, 2, 1)$ .

**Odpowiedź:** .....