

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2013/14, semestr letni
I kolokwium, 11 kwietnia 2014 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie, suma pomnożona przez $3/2$ i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\int x(\ln x)^2 dx$. **Odpowiedź:**

2. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$. **Odpowiedź:**

3. Obliczyć całkę niewłaściwą $\int_{-\frac{5}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+5}}$. **Odpowiedź:**

4. Rozstrzygnąć, czy zbiór $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 + 1 < 0\}$ jest:

wypukły **TAK/NIE:**

spójny **TAK/NIE:**

ograniczony **TAK/NIE:**

5. Rozstrzygnąć, czy zbiór $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |2x - 3y| \geq 2\}$ jest:

zwarty **TAK/NIE:**

wypukły **TAK/NIE:**

ograniczony **TAK/NIE:**

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

6. Znaleźć poniższą granicę lub stwierdzić, że nie istnieje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin n + \sin(n^2)}{n + n^2}, \left(\frac{1}{4} + \frac{3n + 1}{4n + 2} \right)^{n^2} \right)$$

Odpowiedź:

7. Znaleźć poniższą granicę lub stwierdzić, że nie istnieje:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + x^3 + y^3)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Odpowiedź:

8. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{x^3 + y^3} & \text{dla } x^3 + y^3 \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x^3 + y^3 = 0 \end{cases}$$

jest ciągła w punktach:

$(0, 0)$ **TAK/NIE:**

$(0, 1)$ **TAK/NIE:**

$(1, 1)$ **TAK/NIE:**

$(1, -1)$ **TAK/NIE:**

9. Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ określonej wzorem

$$f(x, y, z) = \operatorname{arctg} e^{xy+2z}.$$

Odpowiedź:

10. Obliczyć normę gradientu funkcji $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ w punkcie $(0, 1, -1)$ dla

$$f(x, y, z) = xy + 2y^2 z^2 + 3z^3 x^3.$$

Odpowiedź: