

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2018/19, semestr letni
I kolokwium, 15 kwietnia 2019 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 11 zadań (przy każdym zadaniu podana jest liczba punktów, którą można otrzymać za w pełni poprawną odpowiedź do tego zadania). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. (1,5 pkt.) Obliczyć całkę nieoznaczoną. $\int \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx$.

Odpowiedź:

2. (1,5 pkt.) Obliczyć wartość w punkcie $x = -\frac{1}{2}$ trzeciego wielomianu Taylora funkcji $f(x) = \ln(1+x)$ w punkcie $x_0 = 0$.

Odpowiedź:

3. (1 pkt.) Obliczyć całkę oznaczoną $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{1+x^2} dx$.

Odpowiedź:

4. (1 pkt.) Dla funkcji $f(x) = x^2 + 1$ napisać drugi wielomian Taylora w $x_0 = 1$.

Odpowiedź:

5. (1 pkt.) Obliczyć cosinus kąta pomiędzy wektorami $\vec{u} = [1, 1, 1]$, $\vec{v} = [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1]$.

Odpowiedź:

6. (1,5 pkt.) Znaleźć granicę ciągu $\left((1 + \frac{1}{n})^{n^2}, n(2^{\frac{1}{n}} - 1), \frac{\ln n}{n}\right)$ w \mathbb{R}^3 lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli granica nie istnieje.

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

7. (2 pkt.) Niech $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y + 4)^2 + x^2 > (x - 2)^2\}$. Rozstrzygnąć, które z poniższych zdań są prawdziwe:

Zbiór A jest otwarty. **TAK/NIE:**

Zbiór A jest wypukły. **TAK/NIE:**

Zbiór A jest zwarty. **TAK/NIE:**

Zbiór A jest spójny. **TAK/NIE:**

8. (1 pkt.) Podać zbiór punktów przegięcia funkcji $F : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem $F(x) = \int_0^{x^2} \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$.

Odpowiedź:

9. (1 pkt.) Dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ ciągła jest funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(xy)^a}{x^2+y^2} & \text{dla } (x, y) \text{ takich, że } x \cdot y > 0 \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Odpowiedź:

10. (1,5 pkt.) Wskazać przedziały wypukłości funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej wzorem $f(x) = (x^2 + x)e^{-x}$.

Odpowiedź:

11. (2 pkt.) Rozstrzygnąć, które z poniższych zdań są prawdziwe:

$\ln\left(\frac{x+y+z}{3}\right) > \frac{\ln x + \ln y + \ln z}{3} \quad \forall x, y, z > 1, x \neq y \neq z.$ **TAK/NIE:**

$\exp\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2}\right) > \frac{1}{4}e^x + \frac{1}{4}e^y + \frac{1}{2}e^z \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}, x \neq y \neq z.$ **TAK/NIE:**

$3^{2019} < 2^{2018} + 2^{4037}$ **TAK/NIE:**

$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} \leq \sqrt{\frac{x+y}{2}}.$ **TAK/NIE:**