

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2015/16, semestr letni  
I kolokwium, 15 kwietnia 2016 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 10 zadań (każde zadanie za 1 punkt, suma zostanie pomnożona przez  $\frac{3}{2}$  i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. Obliczyć  $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ . lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli całka niewłaściwa nie istnieje.

Odpowiedź: .....

2. Obliczyć  $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x} dx$ . lub wpisać NIE ISTNIEJE, jeżeli całka niewłaściwa nie istnieje.

Odpowiedź: .....

3. Obliczyć całkę nieoznaczoną.  $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$ .

Odpowiedź: .....

4. Obliczyć całkę nieoznaczoną.  $\int \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$ .

Odpowiedź: .....

5. Obliczyć całkę oznaczoną  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + 2 \sin^2 x} dx$ .

Odpowiedź: .....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

6. Rozstrzygnąć, czy zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z > 1, y - 2x > 0, z < 3\}$  jest:

wypukły                      **TAK/NIE:** .....

otwarty                      **TAK/NIE:** .....

zwarty                      **TAK/NIE:** .....

spójny                      **TAK/NIE:** .....

7. Rozstrzygnąć, czy zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2^2, z - x^2 - y^2 \leq 0\}$  jest:

wypukły                      **TAK/NIE:** .....

otwarty                      **TAK/NIE:** .....

zwarty                      **TAK/NIE:** .....

spójny                      **TAK/NIE:** .....

8. Znaleźć granicę ciągu  $\left(n \operatorname{tg} \frac{1}{n}, \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}\right)$  w  $\mathbb{R}^2$  lub stwierdzić, że granica nie istnieje:

**Odpowiedź:** .....

9. Znaleźć poniższą granicę lub stwierdzić, że nie istnieje:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin y}{x^2 + y^4}$$

**Odpowiedź:** .....

10. Niech  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją daną wzorem,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 2 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Funkcja  $f$  ciągła w punkcie  $(0, 0)$                       **TAK/NIE:** .....

Funkcja  $f$  ciągła w punkcie  $(1, 1)$                       **TAK/NIE:** .....

Funkcja  $f$  jest ograniczona                      **TAK/NIE:** .....

Istnieje  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x)$ .                      **TAK/NIE:** .....