

Analiza matematyczna II, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2011/12, semestr letni
I kolokwium, 30 marca 2012 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za każde zadanie. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Napisać wzór na n -tą pochodną (dla $n \in \mathbb{N}$) funkcji $f(x) = xe^x$.

Odpowiedź:

2. Znaleźć wszystkie punkty przegięcia wykresu funkcji $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ dla $x > 0$.

Odpowiedź:

3. Napisać rozwinięcie funkcji $f(x) = \frac{1}{x-1}$ w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 2$ i podać promień zbieżności tego szeregu.

Odpowiedź:

4. Napisać rozwinięcie funkcji $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 2$ i podać promień zbieżności tego szeregu.

Odpowiedź:

5. Wyznaczyć wszystkie punkty $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, gdzie funkcja $f(x) = \frac{x^3}{1-x}$ przyjmuje ekstrema lokalne.

Odpowiedź:

6. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-x^2}.$$

Odpowiedź:

7. Obliczyć całkę niewłaściwą

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)(x+1)}.$$

Odpowiedź:

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

8. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{x} \right).$$

Odpowiedź:

9. Niech $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 < 1, z \leq x^2 + y^2\}$. Rozstrzygnąć, czy zbiór A jest:

ograniczony TAK/NIE:

wypukły TAK/NIE:

domknięty TAK/NIE:

zwarty TAK/NIE:

10. Znaleźć granicę

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(xyz)}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Odpowiedź:

10. Znaleźć granicę

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2y} - 1}{y}.$$

Odpowiedź:

12. Znaleźć normę gradientu funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ w punkcie $(1, 1)$.

Odpowiedź:

13. Dla $f(x, y) = e^x \sin y$, $g(x, y) = e^y \cos x$ znaleźć iloczyn skalarny $\langle \text{grad } f(0, \pi), \text{grad } g(\pi, 0) \rangle$.

Odpowiedź:

14. Obliczyć pochodne cząstkowe $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ dla funkcji $f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y}$, $y > 0, |x| < y$.

Odpowiedź:

14. Obliczyć rząd macierzy Jacobiego funkcji $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z, x^2 + y^2 + z^2)$ w punkcie $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Odpowiedź: