

Egzamin z Analizy Matematycznej II

II termin

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2017/18, semestr letni

7 września 2018 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. (10 pkt.) Znaleźć całkę podwójną

$$\iint_D |x - y| \, dx dy,$$

gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach $(0, 0)$, $(1, 0)$ oraz $(0, 1)$.

2. Niech $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x + 2y + 3z = 9\}$.

a) (4 pkt.) Wykazać, że M jest rozmaitością klasy C^1 .

b) (3 pkt.) Znaleźć przestrzeń normalną do M w punkcie $(1, 1, 2)$.

c) (3 pkt.) Znaleźć przestrzeń styczną do M w punkcie $(1, 1, 2)$.

3. Obliczyć:

a) (5 pkt.) całkę oznaczoną

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} \, dx$$

b) (5 pkt.) całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x}{(2-x)^3} \, dx.$$

4. (10 pkt.) Znaleźć i sklasyfikować (lokalne minimum/ lokalne maksimum/ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem

$$f(x, y) = x^2 e^{-x^2 - y^2}.$$

5. (10 pkt.) Znaleźć maksimum oraz minimum funkcji $f(x, y, z) = 2x + y$ na zbiorze

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 16x + 4y + z = 0, x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 14\}.$$