

Egzamin poprawkowy z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2015/16, semestr letni

2 września 2016 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. Dla $n = 1, 2, \dots$ znaleźć całkę niewłaściwą

$$\int_0^1 x^n \ln x \, dx.$$

2. Obliczyć objętość zbioru

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq e^{-(x+y)}, (x, y) \in \mathcal{T}\},$$

gdzie \mathcal{T} jest trójkątem o wierzchołkach $(1, 0)$, $(0, 0)$ oraz $(0, 2)$.

3. Obliczyć $\text{grad} z(x, y)$ w punkcie $(x, y) = (\frac{\pi}{4}, 0)$ dla funkcji uwikłanej $z = z(x, y)$ określonej równaniem

$$x + xy^3z - \arctg z = 0.$$

4. Znaleźć i sklasyfikować (lok. min/lok. maks./ punkt siodłowy) punkty krytyczne funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2.$$

5. Wyznaczyć najwyżej położony punkt rozmaitości

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 = z, x + 2y + 3z = 10\}.$$