

Egzamin z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2011/12, semestr letni

termin dodatkowy

1. Wykazać, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y, z zachodzi nierówność

$$\frac{3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}} \leq \sqrt{xy^2z^3}.$$

2. Znaleźć wszystkie punkty $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, w których funkcja

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - y^2}$$

ma obie pochodne cząstkowe.

3. Znaleźć równanie prostej stycznej i prostej prostopadłej w punkcie $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ do rozmaitości określonej równaniem

$$\sin^2 x + \cos^2 y = 1.$$

Czy w otoczeniu punktu $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ równanie to określa funkcję uwikłaną $x(y)$? Jeśli tak, znaleźć $x'(\frac{\pi}{4})$.

4. Znaleźć maksymalną wartość współrzędnej x na zbiorze

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2 + z^2, x + y + z = 1, x > 0\}.$$

5. Znaleźć

$$\iint_T x e^y \, dx dy,$$

gdzie T jest trójkątem o wierzchołkach w punktach $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$.