

Egzamin z Analizy Matematycznej II

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Rok akad. 2021/22, semestr letni

5 września 2022 r.

UWAGA: Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. (10 pkt.) Wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość współrzędnej z punktów (x, y, z) należących do elipsy stanowiącej część wspólną płaszczyzny $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 1\}$ i powierzchni walcowej $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}$.

2. (10 pkt.) Niech

$$f(x, y) = (x + y \cos x, e^{2x}(y + 1)).$$

a) (5 pkt.) Wykazać, że istnieje otoczenie U punktu $(0, 0)$ takie, że $f|_U$ jest dyfeomorfizmem kl. C^1 .

b) (5 pkt.) Obliczyć $(MJf^{-1})(0, 1)$

3. Obliczyć:

a) (4 pkt.) całkę oznaczoną

$$\int_3^4 \frac{4x + 5}{(x - 2)^2(x + 5)} dx,$$

b) (6 pkt.) całkę podwójną

$$\iint_{[0, \pi] \times [0, \pi]} \sin(\max(x, y)) dx dy.$$

4. (10 pkt.) Sklasyfikować punkty krytyczne funkcji

$$f(x, y) = y^3 + x^2 - 6xy + 3x + 6y - 7$$

.

5. (10 pkt.) Obliczyć objętość obszaru w \mathbb{R}^3 ograniczonego powierzchniami powstałymi przez obrót wokół osi x wykresów funkcji $y = 2\sqrt{x-1}$ oraz $y = x - 1$ dla $x \in [1, 5]$.