Skojarzenia w grafach
Zadania IV

Piotr Sankowski

22 maja 2013

Zadania należy oddać przed wykładem w dniu 5/06/2013.

Zadanie 1

Pokaż, że spójny graf mający wierzchołkowo przechodnią grupę automorfizmów ma doskonałe, bądź prawie doskonałe skojarzenie.

Automorfizm to izomorfizm grafu w niego samego. Grupa Γ morfizmów grafu G jest wierzchołkowo przechodnia jeżeli, $\forall_{u,v\in V(G)} \exists_{g\in\Gamma}\ g(u) = v$.

Zadanie 2

Niech $G = (V, E)$ będzie grafem. Załóż, że masz dany algorytm A sprawdzający, czy dla każdej pary wierzchołków $x, y \in V$ w $G - x - y$ istnieje doskonałe skojarzenie. Pokaż jak wykorzystać ten algorytm do pomnożenia macierzy boolowskich rozmiaru $|V| \times |V|$ w asymptotycznie takim samym czasie jak działa A?

Zadanie 3

Załóż, że masz dany algorytm dynamiczny D , który pozwala na wykonywanie następujących operacji na grafie $G = (V, E)$:

`insert(`e`)` – dodaje krawędź e do G,

`delete(`e`)` – jeżeli $G = (V, E-e)$ zawiera doskonałe skojarzenie to usuń e, jeżeli $G - e$ nie zawiera doskonałego skojarzenia to ta operacja zwraca FAIL.

Zakładamy, że na samym początku graf G zawiera doskonałe skojarzenie. Zaproponuj jak wykorzystać ten algorytm do rozwiązania następującego problemu dynamicznego:

`insert(`e`)` – dodaje krawędź e do G, `delete`(e) – usuwa krawędź e z G,

`size` – zwraca rozmiar najliczniejszego skojarzenia w G.

Twój algorytm dla tego problemu powinien działać w asymptotycznie w takim samym czasie jak algorytm A.