

Wybrane zagadnienia algorytmiki, ćwiczenia 2, 06.03.2013

Problem 1. Pokaż algorytm o złożoności $O(n^\omega)$ znajdujący liczbę trójkątów w danym grafie nieskierowanym.

Problem 2. Pokaż, jak w czasie $O(n^\omega \log^2 n)$ znaleźć średnicę danego skierowanego grafu o n wierzchołkach.

Problem 3. Pokaż, jak w czasie $O(n^\omega \log n)$ znaleźć średnicę danego skierowanego grafu o n wierzchołkach.

Problem 4. Pokaż, jak dla danego skierowanego grafu $G = (V, A)$ oraz liczby z w czasie $O(n^\omega \log n)$ znaleźć wszystkie pary (u, v) , takie że odległość pomiędzy u i v wynosi *dokładnie* z .

Problem 5. Pokaż, jak zmodyfikować algorytm Seidela, tak aby używał tylko mnożenia macierzy Boolowskich (wskazówka: rozważ odległości w G^2 modulo 3).

Problem 6.

1. Pokaż, jak w czasie $\tilde{O}(n^\omega)$ znaleźć świadków dla problemu mnożenia macierzy Boolowskich, przy założeniu, że dla każdej pary i, j istnieje co najwyżej jeden świadek.
2. Weźmy dowolne $1 \leq d \leq n$. Pokaż randomizowany algorytm, który znajduje świadków dla elementów macierzy posiadających pomiędzy d oraz $2d$ świadków. (wskazówka: użyj losowego próbkowania).
3. Pokaż, jak w czasie $\tilde{O}(n^\omega)$ znaleźć świadków dla mnożenia macierzy Boolowskich.

Problem 7. Pokaż, że mając algorytm działający w czasie $T(n)$, który znajduje najkrótsze ścieżki pomiędzy wszystkimi parami wierzchołków dla grafów skierowanych z wagami $\{-1, 0, 1\}$ możemy znajdować najkrótsze ścieżki w grafach skierowanych z wagami $\{-M, \dots, M\}$ w czasie $T(10Mn)$.