Egzamin z RPiS (część I - 45 minut), 2 lutego 2015

Uwaga: Do wszystkich odpowiedzi należy podać krótkie jedno/dwuzdaniowe uzasadnienie. Uzasadnienie jest warte nie więcej niż połowę punktów, z wyjątkiem pytań 1,3,5,10.

Zadanie 1 (2 punkty). *Czy dla dowolnych zdarzeń A, B, C takich, że $P(B), P(C) > 0$ zachodzi $P(A|C) = P(A|B)P(B|C)$?*

Zadanie 2 (2 punkty). *Podaj przykład zdarzeń A_1, A_2, A_3 takich, że $P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j)$ dla dowolnych $i \neq j$, ale $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \neq P(A_1)P(A_2)P(A_3)$.*

Zadanie 3 (1 punkty). *Czy istnieją takie dwie zmienne X, Y o rozkładach geometrycznych (niekoniecznie niezależne), że $X + Y$ ma rozkład geometryczny?*

Zadanie 4 (2 punkty). *Podaj przykład zmiennej losowej, która nie jest ani dyskretna, ani ciągła.*

$$P(X \in A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zadanie 5 (2 punkty). *Niech X, Y dowolne zmienne niezależne. Wstaw znak równości/nierówności w odpowiednią stronę, lub słowo NIE, jeśli żadna równość/nierówność nie zachodzi.*

$$E(X^2Y^2) \ldots\ldots (EX)^2(EY)^2$$

Zadanie 6 (1 punkty). *Niech X, Y niezależne zmienne losowe o odchyleniach standardowych odpowiednio σ_X, σ_Y. Jakie odchylenie standardowe ma zmienna $X - Y$?*

Zadanie 7 (1 punkty). *Jakie oszacowanie daje nierówność Markowa na $P(X \geq 2)$ dla X o rozkładzie normalnym z wartością oczekiwaną 1 i wariancją 1?*

Zadanie 8 (2 punkty). *Jaką wartość oczekiwaną ma zmienna losowa o funkcji tworzącej p-stwa $g_X(t) = e^{t-1}$?*

Zadanie 9 (1 punkty). *Podaj wszystkie rozkłady stacjonarne łańcucha Markowa o macierzy przejścia*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 10 (1 punkty). *Czy łańcuch Markowa może mieć więcej niż jedną klasę powracająca i żadnych klas chwilowych?*