

Egzamin z RPiS (część II - 120 minut), 1 lutego 2014
wydanie finansowe

Zadanie 1 (10 punktów). Ile rzutów symetryczną monetą trzeba średnio wykonać, aby uzyskać n kolejnych orłów?

Zadanie 2 (10 punktów). Mamy dane dwie monety. Jedna z monet jest symetryczna, na drugiej zawsze wypada orzeł. Naszym zadaniem jest zidentyfikowanie monet za pomocą dwóch rzutów. Chcemy znaleźć strategię, które minimalizuje prawdopodobieństwo popełnienia błędu.

Rzucamy losową monetą i uzyskujemy orła. Opisz optymalną dalszą strategię, t.j.:

- Którą monetę należy rzucić w drugim kroku - tą samą czy inną?
- Jakiej udzielić odpowiedzi w zależności od wyniku drugiego rzutu?
- Jakie jest prawdopodobieństwo błędu tej strategii?

Zadanie 3 (10 punktów). Rzucamy n symetrycznymi monetami, każdą monetą aż do uzyskania pierwszego orła. Niech X_i będzie numerem rzutu i -tą monetą, w którym wypadł na niej pierwszy orzeł. Niech X będzie medianą X_1, \dots, X_n , tj. X przyjmuje $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ -gą najmniejszą wartość w uporządkowanym rosnąco ciągu wartości X_1, \dots, X_n .

- Podaj jak najlepsze oszacowanie (z góry) prawdopodobieństwa $P(X \geq A)$.
- Znajdź rząd wielkości EX .

Wskazówka: Może się przydać zmienna $Y = \sum_{i=1}^n X_i$.

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.

