

Egzamin z RPiS NSI (część II - 120 minut), 4 lutego 2010

Zadanie 1 (10 punktów). *Jan pracuje w telefonicznym centrum pomocy. Liczba telefonów jakie otrzymuje dziennie ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 100$. Codziennie wieczorem musi napisać raport z całego dnia pracy, przy czym raport jest tym dłuższy im więcej odebrał telefonów. W związku z tym Jan znalazł sposób na kasowanie części rozmów. Postępuje przy tym następująco. Jeśli rozmów było nie więcej niż 100, to nie kasuje żadnych rozmów. W przeciwnym przypadku gra w tzw. „telefoniczną ruletkę”:*

1. rzuca monetą, jeśli wypadła reszka to koniec,
2. jeśli wypadł orzeł to kasuje 100 rozmów, jeśli zostało nie więcej niż 100 rozmów to koniec,
3. wpp, wracamy do (1).

Jeśli Jan w raporcie opisuje dokładnie 100 rozmów, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że faktycznie było ich tylko 100?

Uwaga: *W tym zadaniu wynik może zawierać nieskończoną sumę i to jest ok.*

Zadanie 2 (10 punktów). *Rzucamy monetą aż do wypadnięcia ciągu ORRO. Ile czasu średnio musimy na to czekać?*

Zadanie 3 (10 punktów). *Niech π będzie losową permutacją elementów $\{1, \dots, n\}$. Pozycje i nazywamy lewostronnym maksimum π jeśli $\pi(i) > \pi(j)$ dla wszystkich $j < i$. Niech X będzie liczbą lewostronnych maksimumów w π .*

1. Oblicz EX ,
2. oblicz $\text{Var}(X)$,
3. oszacuj $P(X \geq 2EX)$.

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.