

Egzamin z RPiS, 6 lutego 2009

Finezja zabija piękno futbolu
trener Piechniczek

Zadanie 1. (5 punktów) Próba prosta X_1, \dots, X_n pochodzi z rozkładu geometrycznego o nieznanym prawdopodobieństwie sukcesu $p \in (0, 1)$. Znajdź estymator największej wiarygodności dla p .

Zadanie 2. (10 punktów) Dwóch graczy A i B gra w następującą grę przy użyciu kostki trójściennej (tzn. takiej, na której może wypaść 1, 2 lub 3, każda z liczb z prawdopodobieństwem $1/3$). Gracz A wygrywa, jeśli ostatnimi trzema wynikami są kolejno 1, 2, 3. Gracz B wygrywa, jeśli jest to 3, 2, 1.

1. (5 punktów) Znajdź oczekiwany czas trwania gry.
2. (5 punktów) Oblicz prawdopodobieństwo wygranej gracza A , jeśli w pierwszym rzucie wypadło i ($i = 1, 2, 3$).

Zadanie 3. (15 punktów) Zmiennie losowe X i Y zadane są wzorem

$$P(X = m, Y = n) = (2 \cdot 3^{m-n}) / (e^3 \cdot m!)$$

dla m, n naturalnych, $n > 0, m \geq 0$.

1. (5 punktów) Sprawdź, czy X i Y są niezależne.
2. (5 punktów) Pokaż, że wartość oczekiwaną zmiennej $Z = (X - 4Y + 6)^2$ jest 24.
3. (5 punktów) Pokaż, że $P(X \geq 4Y) \leq 2/3$.

Uwaga: Rozwiązując (3) możesz korzystać z tezy (2).

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu.