

Wszechświat liczb

2. Galaktyka wymierna

Matematyka wyborcza – większościowe skrypt warsztatowy

spisał: Michał Korch

6 maja 2017

Na rozgrzewkę!

Na pirackim statku znajduje się skarb złożony z 10 dukatów (dukaty są niepodzielne). Na statku jest też 5 piratów: Alojzy, Bonifacy, Cezary, Dionizy i Eustachy. Hersztem bandy jest zawsze osoba o pierwszym imieniu w kolejności alfabetycznej. Piraci dzielą skarb pomiędzy siebie następującą piracko-demokratyczną metodą. Herszt bandy proponuje podział i ten podział jest głosowany. Jeśli za jest większość (ponad połowa) piratów, podział dochodzi do skutku. W przeciwnym wypadku, herszt jest wyrzucany do rekinów za burtą, kolejny pirat zostaje hersztem i procedura zaczyna się od początku w mniejszym gronie. Każdy pirat chce zyskać możliwie dużo, ale jeśli nie ma to wpływu na zysk, każdy zgłasza tak, żeby herszt został wyrzucony za burtę. Każdy pirat również woli nie dostać ze skarbu niż wylądować za butrą. Jaki podział skarbu zaproponuje herszt Alojzy?

Wskazówka: Gdyby na statku byli tylko Dionizy i Eustachy, hersztem byłby Dionizy. Cokolwiek zaproponuje, Eustachy zgłasza przeciw i wyrzuci go zgodnie z zasadami na burtę, bo przecież zostając sam będzie miał cały skarb. Pomyśl, co, wiedząc o tym, zaproponuje Cezary, jeśli na statku byłiby Cezary, Dionizy i Eustachy.

Wady i zalety

Na wykładzie opowiedziałem o sześciu różnych sposobach wyboru przewodniczącego Sawanny. Były to:

- jedna runda,
- dwie rundy,
- punktowy (przyznaję komuś 3 punkty, 2 punkty i punkt),
- za i przeciw,
- najgorszy odpada,
- system turniejowy.

Przedyskutujcie jakie są zalety i wady przeprowadzenia poszczególnego typu głosowania. Które byście wybrali, będąc niezależnymi ekspertami. Dlaczego?

Które systemy wyborcze mogą zniechęcać do głosowania na przedstawicieli małych partii, tworząc w efekcie system dwupartyjny? W których z nich może wygrać kandydat niepopierany przez większość? W których systemach opłaca się zagłosować strategicznie wbrew swoim preferencjom wyborczym i dlaczego? Które systemy mogą rozgrzewać konflikty i podział w społeczeństwie?

Gerrymandering

Kluczowy przy jednomandatowych okręgach wyborczych – czyli takich w których wybiera się jednego parlamentarzystę, jest wyznaczanie ich granic terytorialnych. Da się manipulować wynikami wyborów wyznaczając je na różne sposoby – celowe manipulowanie granicami okręgów wyborczych nazywamy gerrymanderingiem. Załączyłem schemat, na którym zaznaczono miejsca zamieszkania wyborców partii: Żółtych, Czerwonych i Zielonych. Teren należy podzielić na 5 okręgów wyborczych po 5 skupisk wyborców. Wyznacz granice okręgów wyborczych tak, aby:

- Czerwoni zdobyli większość z 5 dostępnych mandatów,
- Zieloni nie zdobyli żadnego mandatu,
- Żółci zdobyli większość z 5 dostępnych mandatów,
- Czerwoni nie zdobyli żadnego mandatu,
- Wynik wyborów był możliwie proporcjonalny.

Kto Twoim zdaniem powinien wyznaczać granice okręgów wyborczych?

Relacje równoważności

Zamiast stosować relację związaną z położeniem do tworzenia okręgów wyborczych, można wymyślić, że okręgi wyborcze to klasy abstrakcji pewnych relacji równoważności.

Sprawdź które z następujących relacji są zwrotne? Które są symetryczne, a które przechodnie? Które zatem są relacjami równoważności?

- dwoje ludzi jest ze sobą w relacji „starszy”, jeśli wiek pierwszej osoby w parze jest większy lub równy wiekowi drugiej osoby.
- dwie liczby całkowite są w relacji „modulo 7”, jeśli dają tę samą resztę z dzielenia przez 7.
- dwa dźwięki są w relacji „oktawa”, jeśli różnią się o pewną wielokrotność oktawy.
- dwa państwa są w relacji „wspólna organizacja”, jeśli oba należą do jakiejś organizacji międzynarodowej.
- dwie książki są w relacji „tak samo gruba”, jeśli mają tyle samo stron.
- dwa domy są w relacji „mniej więcej tam samo”, jeśli mają ten sam kod pocztowy.

- dwie liczby wymierne są w relacji „odwrotne”, jeśli ich iloczyn wynosi 1.
- dwie proste na płaszczyźnie są w relacji „równoległe”, jeśli są równoległe (lub się pokrywają).
- dwie liczby wymierne są w relacji „blisko”, jeśli różnią się (moduł ich różnicy) o co najwyżej $\frac{1}{2}$.
- dwie liczby rzeczywiste są w relacji „taki sam znak”, jeśli obie są < 0 lub obie są ≥ 0 .