Imię i Nazwisko ....

Egzamin z Geometrii Obliczeniowej, 29.05.1999

1. Iloczyn skalarny dwóch wektorów, z których jeden ma długość 1/2 a drugi 2
   - (a) jest równy 0, gdy są to wektory prostopadłe, ...
   - (b) jest równy 1, gdy oba wektory są równoległe do osi y-ów, ...
   - (c) jest równy cosinusowi kąta między wektorami. ....
2. Rzutujemy stereograficznie względem punktu $(0, 0, 2)$ sferę o środku w punkcie $(0, 0, 1)$ i jednostkowym promieniu na płaszczyznę $z = 0$. Dane są trzy punkty na sferze. Badamy rzuty łuków wielkich kół (tzn. przekrojów przechodzących przez środek sfery) łączących każdą parę danych punktów. Czy rzuty tych łuków mogą łącznie tworzyć
   - (a) trójkąt, ...
   - (b) figurę wklęsłą, ...
   - (c) okrąg. ....
3. Otoczkę wypukłą zbioru $n \geq 5$ punktów na płaszczyźnie możemy znaleźć w czasie $O(n)$, gdy
   - (a) punkty są uporządkowane względem kierunku danej prostej, ...
   - (b) punkty są uporządkowane biegunowo względem danego punktu, ...
   - (c) wiemy, że wszystkie wierzchołki otoczki leżą na jednym okręgu. ....
4. Dany jest zbiór $n \geq 5$ punktów leżących na jednym okręgu. Dla dowolnego takiego zbioru
   - (a) algorytm Jarvisa znajduje otoczkę wypukłą w czasie $\Omega(n^2)$, ...
   - (b) algorytm QuickHull znajduje otoczkę wypukłą w czasie $O(n \log n)$, ...
   - (c) algorytm 'dziel i rządź' znajduje otoczkę wypukłą w czasie $\Theta(n \log n)$. ....

5. Dla każdego $n \geq 7$ wielokąt o n wierzchołkach może mieć
   (a) więcej niż $n^2/4$ przekątnych, ...
   (b) mniej niż n przekątnych, ...
   (c) przekątną, która nie przecina żadnej innej przekątnej. ....
6. Dla pewnych wielokątów o $n \geq 5$ wierzchołkach algorytm podziału wielokąta na trapezy może stworzyć podział
   (a) na $n - 2$ wielokąty monotoniczne, ...
   (b) składający się z jednego wielokąta monotonicznego, ...
   (c) na wypukłe wielokąty monotoniczne. ....
7. Autorem algorytmu triangulacji wielokąta w czasie $O(n)$ jest
   (a) M.Chagall, ...
   (b) B.Chazelle, ...
   (c) W.Churchill. ....
8. Zakładając, że mamy zbiór $n \geq 5$ wierzchołków wielokąta wzajemnie uporządkowanych biegunowo algorytm znajdywania grafu widzialności
   (a) może dać w wyniku graf pusty, ...
   (b) może dać w wyniku graf będący drzewem, ...
   (c) wymaga czasu $\Omega(n^2)$. ....
9. Mając daną triangulację Delaunay zbioru $n \geq 5$ punktów możemy
   (a) znaleźć otoczkę wypukłą tego zbioru w czasie $O(n)$, ...
   (b) znaleźć zbiór par punktów w danym zbiorze, między którymi odległość jest najmniejsza, w czasie $O(n)$, ...
   (c) znaleźć zbiór par punktów w danym zbiorze, między którymi odległość jest największa, w czasie $O(n)$. ....
10. Zbiór punktów przecięć (poza wierzchołkami i bez pokryć) diagramu Voronoi i diagramu Voronoi $n - 1$ rzędu dla zbioru $n \geq 5$ punktów na płaszczyźnie może być
    (a) pusty, ...
    (b) rozmiaru liniowego względem n, ...
    (c) rozmiaru kwadratowego względem n. ....

11. Granica między dwoma obszarami Voronoi w metryce L_1 jest łamaną składającą się

    (a) z 1 (tzn. prostą), 2 lub 3 części, ...
    (b) nieparzystej liczby części, ...
    (c) z nie więcej niż 5 części. ....

12. Dany jest $2n$-kąt foremny ($n \geq 5$). Obrazem dualnym stycznych do tego wielokąta

    (a) są dwie łamane o n wierzchołkach, ...
    (b) są dwie łamane o takiej samej liczbie wierzchołków, ...
    (c) są dwie łamane o wierzchołkach mających te same współrzędne x-owe. ....

13. W czasie $O(n \log n)$ możemy znaleźć

    (a) diagram Voronoi k-tego rzędu dla n punktów na prostej, ...
    (b) diagram Voronoi 1-szego rzędu dla n punktów na płaszczyźnie, ...
    (c) diagram Voronoi $n-1$-szego rzędu dla n punktów na płaszczyźnie. ....

14. Dla pewnych trzech odcinków obraz zbioru prostych przecinających w przestrzeni dualnej

    (a) ma jedną spójną składową, ...
    (b) ma trzy spójne składowe, ...
    (c) ma w sumie 15 krawędzi. ....

15. Obrazem pewnego odcinka w R^3 zrzutowanego skośnie

    (a) jest zbiór pusty, ...
    (b) są spójny fragment prostej, ...
    (c) są dwa spójne fragmenty prostej. ....

16. Maksymalny rozmiar górnej koperty wynosi $\Omega(n\alpha(n))$ dla zbioru n funkcji

    (a) wartości bezwzględnych funkcji liniowych , ...
    (b) liniowych mających różne (spójne) dziedziny, ...
    (c) kwadratowych. ....

17. Dla każdego $n \geq 5$ istnieje układ n punktów, dla którego liczba różnych zbiorów powstałych w wyniku znalezienia mediany
   (a) jest stała, ...
   (b) wynosi $O(\log n)$, ...
   (c) wynosi $O(n)$. ....
18. Algorytm znajdywania minimalnego okręgu o środku na osi x-ów dla zbioru $4n$ punktów o tej samej współrzędnej y-owej w pierwszym kroku (tzn. między dwoma kolejnymi kojarzeniami w pary) może wyeliminować
   (a) mniej niż $n-1$ punktów, ...
   (b) dokładnie $2n-1$ punktów, ...
   (c) więcej niż $3n-1$ punktów, ...
19. W algorytmie znajdywania otoczki wypukłej n punktów przez n procesorów CREW PRAM
   (a) dzielimy wszystkie procesory na grupy o logarytmicznym rozmiarze. ....
   (b) łączenie mniejszych otoczek odbywa sie w czasie logarytmicznym względem ich łącznego rozmiaru, ...
   (c) otrzymujemy rozwiązanie w czasie logarytmicznym. ....
20. Algorytm Dijkstry znajdywania najkrótszej ścieżki w obszarze z dziurami między dwoma danymi punktami
   (a) działa w czasie liniowym względem rozmiaru grafu widzialności, ...
   (b) tworzy drzewo najkrótszych ścieżek, ...
   (c) znajduje wszystkie rozwiązania. ....
21. Suma Minkowskiego dwóch kwadratów (o niekoniecznie równoległych bokach), z których jeden zawiera środek układu współrzędnych może mieć
   (a) 4 krawędzie, ...
   (b) 6 krawędzi, ...
   (c) 8 krawędzi. ....