

Praca domowa z Logiki matematycznej na 5 listopada

30 października 2019

Rozwiązania zadań należy deklарować na zajęciach 5 listopada.

Zadanie 1. Podaj przykład zdań, które rozróżniają poniższe struktury:

- $(\mathbb{Z}, +, \times), (\mathbb{Z}[X], +, \times)$, gdzie $(\mathbb{Z}[X], +, \times)$ to pierścień wielomianów jednej zmiennej o współczynnikach całkowitych.
- $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \leq_{\text{lex}}), (\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \leq_{\text{lex}})$, gdzie $\leq_{\text{lex}}$ oznacza porządek leksykograficzny.

Zadanie 2. Wykaż, że naturalne mnożenie nie jest definiowalne w strukturze $(\mathbb{R}, +)$.

Zadanie 3. Załóżmy, że $(M, R_i)_{i \in I}$ jest strukturą, $a_1, \dots, a_n \in M$, a $f : (M, R_i)_{i \in I} \rightarrow (M, R_i)_{i \in I}$ jest izomorfizmem takim, że $f(a_i) = a_i$ dla $i \leq n$. Niech $R \subset M^k$ będzie relacją taką, że f nie zachowuje R (to znaczy istnieją $b_1, \dots, b_k$, które są w relacji R , ale ich wartości przy f nie są w relacji R). Wykaż, że R nie jest definiowalna w $(M, R_i)_{i \in I}$ z parametrami $a_1, \dots, a_n$.