

Zadania z matematyki II

27 kwietnia 2016

Część z wymienionych zadań omówiliśmy na dzisiejszych ćwiczeniach.

Zadanie 1. Wyznacz pochodną funkcji f danej wzorem:

1. $f(x) = x^2 \cos(x)$.
2. $f(x) = \frac{x^2 + e^x}{3 + \sin x}$.
3. $f(x) = e^{x^2}$.
4. $f(x) = \cos(\sin(\cos x))$.
5. $f(x) = e^{\cos x}$.

Zadanie 2. Wyznacz pochodną f danej wzorem:

1. $f(x) = x^x$ (dziedzina f to liczby rzeczywiste dodatnie).
2. $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ (dziedzina f to liczby rzeczywiste dodatnie).
3. $f(x) = \ln x$.
4. $f(x) = \arctg x$.
5. $f(x) = \arcsin x$. (Dziedzina f to $[-1, 1]$, przeciwdziedzina to $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$).

Zadanie 3. Znajdź taki punkt paraboli danej wzorem $y = x^2$, że styczna do tego punktu jest nachylona do osi OX pod kątem 30° .

Zadanie 4. Znajdź taki punkt paraboli danej wzorem $y = x^2$, że styczna do tego punktu przecina oś OX w punkcie $(0, 1)$.

Zadanie 5. Niech l będzie dowolną styczną do położonej w pierwszej ćwiartce gałęzi hiperboli o równaniu $y = \frac{1}{x}$. Udowodnij, że trójkąt ograniczony osiami układu współrzędnych i prostą l ma pole powierzchni 2.

Zadanie 6. Znajdź taki punkt na elipsie o równaniu $x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$, który jest położony w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych, że styczna do tego punktu przecina oś OX w punkcie $(0, 2)$.