

Zadania z matematyki II

23 lutego 2016

Część z wymienionych zadań omówiliśmy na dzisiejszych ćwiczeniach.

Funkcje trygonometryczne

Zadanie 1. Przedstaw poniższe wyrażenia za pomocą funkcji $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\operatorname{tg}(x)$, $\operatorname{ctg}(x)$, i funkcji, które można z nich uzyskać za pomocą sum, różnic, iloczynów i ilorazów (Innymi słowy, "znajdź wzór na").

1. $\sin(2x)$.
2. $\cos(x + y)$.
3. $\operatorname{tg}(x + y)$.
4. $\sin(3x)$.

Zadanie 2. Zapisz funkcje $\sin(x)$, $\cos(x)$ przy użyciu funkcji $\operatorname{tg}(\frac{x}{2})$ za pomocą dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia.

Zadanie 3. Rozwiąż równania:

1. $\sin(x) + \cos(x) = 1$.
2. $\sin(x) + \cos^2(x) = \frac{5}{6}$.
3. $\cos(2x) + 4\sin(x) = 3$.

Logarytmy

Zadanie 4. Udowodnij, że dla dowolnych $a, x > 0$ oraz $b > 0, b \neq 1$ zachodzi tożsamość

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}.$$

Zadanie 5. Rozwiąż równania:

1. $5^x - 5^{3-x} = 20$.
2. $3^{x+1} + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2}$.
3. $\log_x(8) + \log_{x^3}(8) = 4$.