

Zadania z Logiki i teorii mnogości II na 20 III

20 marca 2017

Część z wymienionych zadań omawialiśmy na ćwiczeniach — dziś lub podczas poprzednich zajęć. We wszystkich zadaniach "znajdź" znaczy "znajdź i przedstaw dowód, że znalazłeś/-eś".

Zadanie 1. Niech A_n dla $n \in \mathbb{N}_+$ będzie zdefiniowane w następujący sposób. $A_1 = (-7, -5)$ oraz $A_n = (0, \frac{1}{n})$ dla $n > 1$. Znajdź $\bigcup_m \bigcap_{n \geq m} A_n$.

Zadanie 2. Niech $A_n = (0, 1 + (-1)^n \frac{1}{n})$ dla $n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcup_m \bigcap_{n \geq m} A_n$ oraz $\bigcap_m \bigcup_{n \geq m} A_n$.

Zadanie 3. Niech $A_n = (0 + \frac{6}{2n}, 1 + \frac{6}{2n})$ dla $n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcap_{n \geq m} \bigcup_{m \geq n} A_n$.

Zadanie 4. Niech $A_t = (0 + \sin t, 1 + \sin t)$ dla $t \in \mathbb{R}$. Znajdź $\bigcap_{s \in \mathbb{R}} \bigcup_{t \geq s} A_t$ oraz $\bigcup_{s \in \mathbb{R}} \bigcap_{t \geq s} A_t$.

Zadanie 5. Niech $A_t = [-1 - \sin t, 1 + \sin t]$ dla $t \in \mathbb{R}$. Znajdź $\bigcap_{s \in \mathbb{R}} \bigcup_{t \geq s} A_t$ oraz $\bigcup_{s \in \mathbb{R}} \bigcap_{t \geq s} A_t$.

Zadanie 6. Niech $A_{m,n} = [-\frac{1}{m} - \frac{1}{n}, \frac{m}{n}]$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} \bigcup_{m \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.

Zadanie 7. Niech $A_{m,n} = (m - \frac{1}{n}, m + \frac{1}{n})$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcap_{m \in \mathbb{N}_+} \bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.