

Zadania z Logiki i teorii mnogości II na 20 III

13 marca 2017

Część z wymienionych zadań omawialiśmy na dzisiejszych ćwiczeniach. We wszystkich zadaniach "znajdź" znaczy "znajdź i przedstaw dowód, że znalazłeś/-eś".

Zadanie 1. Niech $A_{m,n} = [-\frac{1}{m}, \frac{1}{n}]$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcap_{m \in \mathbb{N}_+} \bigcup_{n \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.

Zadanie 2. Niech $A_{m,n} = [m - \frac{1}{n}, m + \frac{1}{n}]$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcup_{m \in \mathbb{N}_+} \bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.

Zadanie 3. Niech $A_{m,n} = [-\frac{m}{n}, +\frac{m}{n}]$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcup_{m \in \mathbb{N}_+} \bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$, $\bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} \bigcup_{m \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.

Zadanie 4. Niech $A_{m,n} = [-m, \frac{m}{n}]$ dla $m, n \in \mathbb{N}_+$. Znajdź $\bigcup_{m \in \mathbb{N}_+} \bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} A_{m,n}$.

Zadanie 5. Niech $A_{q,\epsilon} = (q - \epsilon, q + \epsilon)$ dla $q \in \mathbb{Q}, \epsilon \in \mathbb{R}_+$. Znajdź $\bigcup_{q \in \mathbb{Q}} \bigcap_{\epsilon \in \mathbb{R}_+} A_{q,\epsilon}$ oraz $\bigcap_{\epsilon \in \mathbb{R}_+} \bigcup_{q \in \mathbb{Q}} A_{q,\epsilon}$.

Zadanie 6. Niech $A_{x,y} = \{z \in \mathbb{R} \mid z^2 \leq x^2 - y^2\}$. Znajdź $\bigcap_{x \in \mathbb{R}} \bigcup_{y \in \mathbb{R}} A_{x,y}$ oraz $\bigcap_{y \in \mathbb{R}} \bigcup_{x \in \mathbb{R}} A_{x,y}$.

Zadanie 7. Dla $p \in \mathbb{R}[x], x \in \mathbb{R}$ niech $A_{p,x} = \{y \in \mathbb{R} \mid p(x) \leq y\}$. Znajdź $\bigcap_{p \in \mathbb{R}[x]} \bigcup_{x \in \mathbb{R}} A_{p,x}$ oraz $\bigcup_{p \in \mathbb{R}[x]} \bigcap_{x \in \mathbb{R}} A_{p,x}$.

Zadanie 8. Niech $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ oznacza zbiór ciągów nieskończonych o wyrazach rzeczywistych. Dla $s \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ oraz $n \in \mathbb{N}$ niech $A_{s,n} = \{t \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \mid s_k = t_k \text{ dla dowolnego } k \leq n\}$. Znajdź $\bigcup_{s \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}} \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_{s,n}$ oraz $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{s \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}} A_{s,n}$.