

Zadania z Logiki i teorii mnogości II na 13 III

6 marca 2017

Część z wymienionych zadań omawialiśmy na dzisiejszych ćwiczeniach.

Zadanie 1. Znajdź $\bigcup_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} A_n$, $\bigcap_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} A_n$, gdzie dla $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ zbiory A_n to następujące przedziały:

1. $(0, \frac{1}{n})$.
2. $[0, \frac{1}{n}]$.
3. $(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n})$
4. $[-1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$.
5. $[-1 + \frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}]$.
6. $(-\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n})$.
7. $(n - \frac{1}{n}, n + \frac{1}{n})$.
8. $[\frac{(-1)^n}{n}, 2 + \frac{(-1)^n}{n}]$.
9. $[\frac{(-1)^n}{n}, 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}]$.
10. $\left[-\frac{1+\frac{1}{2}(-1)^n}{n}, 1 - \frac{1+\frac{1}{2}(-1)^{n+1}}{n}\right)$.
11. $\left(-\frac{1}{n}, n + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right]$.
12. $(0, n)$.
13. $(-\frac{1}{n}, n)$.
14. $\bigcup_{m \in \mathbb{N}} (m - \frac{1}{n}, m + \frac{1}{n})$.
15. $\bigcup_{m \in \mathbb{N}} (m - \frac{1}{n}, m + 1 - \frac{1}{n})$.

Zadanie 2. Niech $A_n = \{B \subseteq \mathbb{N} \mid n \in B\}$. Znajdź $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ oraz $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

Zadanie 3. Niech $A_n = \{B \subseteq \mathbb{N} \mid n \notin B\}$. Znajdź $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ oraz $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

Zadanie 4. Niech $A_n = \{B \subseteq \mathbb{N} \mid B \text{ ma co najmniej } n \text{ elementów}\}$. Znajdź $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ oraz $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

W kolejnym zadaniu $\mathbb{R}[x]$ oznacza zbiór wielomianów jednej zmiennej o współczynnikach rzeczywistych.

Zadanie 5. Niech dla $p \in \mathbb{R}[x]$ A_p będzie zbiorem $\{n \in \mathbb{N} \mid p(0) \leq n\}$. Znajdź $\bigcup_{p \in \mathbb{R}[x]} A_p$, $\bigcap_{p \in \mathbb{R}[x]} A_p$.