

Zadania z Analizy Matematycznej II.1

5 października 2018

Rozwiązania poniższych zadań należy zgłaszać na zajęciach 7 i 12 X 2018r.

W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu lub ćwiczeń. Każde rozwiązane zadanie pozwala uzyskać jeden punkt. Za rozwiązanie poniższych zadań można uzyskać maksymalnie trzy punkty (czyli należy zadeklarować rozwiązanie co najwyżej trzech zadań). Rozwiązanie zadania z gwiazdką podnosi ogólną ocenę z ćwiczeń o dziesięć punktów procentowych.

Zadanie 1. Wskaż przykład funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ nieciągłej i takiej, że dla dowolnej prostej ℓ przechodzącej przez punkt $(0, 0)$ funkcja $f \upharpoonright \ell$ jest ciągła.

Zadanie* 2. Niech $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dowolną funkcją. Udowodnij, że istnieje ciąg punktów $x_i \in \mathbb{R}^n$ zbieżny do punktu x , dla którego $f(x_i) \rightarrow f(x)$.

Zadanie 3. Zbadaj, czy następująca granica istnieje (i ewentualnie ją wyznacz):

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) (e^{x^2+y^2} - 1).$$

Zadanie 4. Zbadaj, czy następująca granica istnieje (i ewentualnie ją wyznacz):

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{-\frac{1}{xy}} \ln(x^2 + y^2).$$

Zadanie 5. Zbadaj, czy następująca granica istnieje (i ewentualnie ją wyznacz):

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(|x+y|)}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$