

Zadania na ćwiczenia z Analizy Matematycznej II

14 grudnia 2018

Zadanie 1. Na lemniskacie $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)\}$ wyznacz punkty położone najbliżej i najdalej początku układu współrzędnych. Czy L to rozmaitość?

Zadanie 2. Wyznacz estrema funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem

$$f(\alpha, \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta + \sin^2 \beta - \cos \alpha \cos \beta.$$

Zadanie 3. Wyznacz estrema funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danej wzorem

$$f(x, y) = xy + y^2 - x \leq 16$$

na zbiorze $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x^2 + y^2 \leq 16\}$.

Zadanie 4. Niech $M \subset \mathbb{R}^n$ będzie rozmaitością zwartą wymiaru k i niech $H \subset \mathbb{R}^n$ będzie dowolną hiperpowierzchnią wymiaru k . Wykaż, że dla pewnego punktu p zachodzi równość

$$T_p M = p + H.$$