

# Zadania na ćwiczenia z Analizy Matematycznej II

12 listopada 2018

**Zadanie 1.** Wyznacz płaszczyznę styczną w punkcie  $(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  do torusa  $T \subset \mathbb{R}^2$  powstałego przez obrót okręgu o promieniu 1 położonego na płaszczyźnie  $P = \text{lin}((1, 0, 0), (0, 1, 0))$  o środku w punkcie  $(2, 0, 0)$  wokół prostej o równaniu  $x = y = 0$ .

**Zadanie 2.** Niech  $P$  będzie zbiorem punktów równoodległych od płaszczyzny  $A = \{(x, y, z) \mid x + y = z\}$  i punktu  $(1, 1, 0)$ . Wyznacz płaszczyznę styczną do  $P$  w punkcie o współrzędnych  $(2, 0, 0)$ .

**Zadanie 3.** Niech  $M$  będzie macierzą  $n \times n$  o wyrazach rzeczywistych. Udowodnij, że

$$\frac{\partial \det}{\partial M}(I) = \text{tr} M.$$

**Zadanie 4.** Udowodnij, że  $\nabla \det(M) = (M_{i,j})_{i,j=1}^n$ , gdzie  $M_{i,j}$  jest minorem macierzy  $M$ .

**Zadanie 5.** Niech funkcja  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie dana wzorem

$$f(x, y) = (y - x^3)(y - 3x^3).$$

Udowodnij, że  $f \upharpoonright \ell$  ma w punkcie  $(0, 0)$  minimum lokalne dla dowolnej prostej  $\ell$  przechodzącej przez  $(0, 0)$ , ale  $f$  nie ma w  $(0, 0)$  minimum lokalnego.

**Zadanie 6.** Niech  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją ciągłą. Załóżmy, że dla dowolnej prostej  $\ell$  przechodzącej przez  $(0, 0, 0)$  funkcja  $f \upharpoonright \ell$  osiąga minimum globalne w pewnym punkcie  $p_\ell \in B(0, 1)$ . Udowodnij, że  $f$  osiąga minimum globalne w pewnym punkcie  $p \in B(0, 1)$ .