

Zadania na ćwiczenia z Analizy Matematycznej II

19 października 2018

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej II. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Znajdź przykład funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ takiej, że dla dowolnego $v \in \mathbb{R}^2$ istnieje pochodna kierunkowa f w punkcie $(0, 0)$ w kierunku v , ale f nie jest różniczkowalna w punkcie $(0, 0)$.

Zadanie 2. Niech $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ będzie różniczkowalna w $(0, 0)$. Czy wynika stąd istnienie następującej granicy:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Zadanie 3. Rozstrzygnij, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, gdzie

$$f = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{1}{|x|+|y|}}}{x^2+y^2} & , \text{ gdy } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{ w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Zadanie 4. Rozstrzygnij, czy funkcja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, gdzie

$$f(x, y, z) = \sqrt{|xyz|}.$$

Zadanie 5. Rozstrzygnij, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, gdzie

$$f(x, y, z) = (|x| + |y|) \ln(\sqrt{x^2 + y^2}).$$

Zadanie 6. Rozstrzygnij, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, gdzie

$$f = \begin{cases} \frac{x^2+xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & , \text{ gdy } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{ w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Zadanie 7. Rozstrzygnij, czy funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, gdzie

$$f = \begin{cases} \frac{xy}{\sin y} & , \text{ gdy } y \neq 0 \\ x & \text{ w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$