

Zadania z Analizy Matematycznej I na 20 III

13 marca 2018

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy oddać do 20 III. Jedno zadanie zostanie sprawdzone na zajęciach w formie kartkówki.

Zadanie 1. Udowodnij, że istnieje funkcja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ różniczkowalna, która ma w punktach a, b pochodne odpowiednio lewo- i prawostronne taka, że f' nie jest ograniczona na $[a, b]$.

Zadanie 2. Czy istnieją parametry a, b takie, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & , \text{jeśli } x < \frac{\pi}{4} \\ a(x - \frac{5\pi}{4}) + b & , \text{jeśli } x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

jest różniczkowalna?

Zadanie 3. Czy istnieją parametry $a < 0, b, c \in \mathbb{R}$ takie, żeby funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{jeśli } x < \alpha \\ ax^2 + bx + c & , \text{jeśli } x \geq \alpha \end{cases}$$

miała w każdym punkcie drugą pochodną?