

Zadania z Analizy Matematycznej I.2, seria 4

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy oddać do 10 IV.

Zadanie 1. Niech $f : (-a, a) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą, $a > 0$. Załóżmy, że $f(0) = 0$ oraz dla pewnego $\alpha \in (0, 1)$ zachodzi $|f(x)| \geq x^\alpha$. Pokazać, że f nie jest różniczkowalna w zerze.

Zadanie 2. Obliczyć granice:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(\frac{\pi}{4} - \arctan(x + 1))}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(x^2)}{x^4}$$

Zadanie 3. Niech $x, y \in \mathbb{R}$ spełniają $x, y > 0$ oraz $x^2 + y^2 = R$ dla $R > 0$. Pokazać, że dla takich x, y suma $x + y$ jest największa jeśli $x = y$.