

Zadania domowe z Analizy Matematycznej I

— seria II

27 października 2018

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy złożyć w mojej skrzynce w sekretariacie najpóźniej w środę 7 XI o 12. W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu, ćwiczeń oraz rozpiski umieszczonej na mojej stronie. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Wyznacz granicę ciągu

$$a_n = \frac{\sqrt{\ln(n^3 + 3e^n)} + \sqrt[3]{n}}{2\sqrt{n + \cos(n)}}.$$

Zadanie 2. Wyznacz granicę ciągu

$$a_n = \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}}{n \ln(n)}.$$

Zadanie 3. Załóżmy, że ciąg a_n spełnia warunek rekurencyjny $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n^2 + \frac{1}{2}$. Ustal, dla jakich wartości a_1 ciąg jest zbieżny i do jakiej granicy.

Zadanie 4. Załóżmy, że dla dowolnego k istnieje takie N , że dla dowolnych $n, m > N$

$$|a_n - a_m| > \frac{1}{k}.$$

Udowodnij, że ciąg a_n nie jest ograniczony.

Zadanie 5. Wyznacz granicę ciągu

$$a_n = e^{\frac{1}{2018n}} + e^{\frac{1}{2018n+1}} + e^{\frac{1}{2018n+2}} \dots + e^{\frac{1}{2019n}} - n.$$