

Zadania domowe z Analizy Matematycznej I

— seria VI

21 stycznia 2019

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy oddać najpóźniej w piątek 25 stycznia. W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu, ćwiczeń oraz rozpiski umieszczonej na mojej stronie. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Wykaż, że jeśli zbiór K jest zwarty, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją ciągłą, to obraz $f[K]$ jest zwarty.

Zadanie 2. Załóżmy, że $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją okresową różną od 0. Wykaż, że $f(x)e^x$ nie jest jednostajnie ciągła.

Zadanie 3. Wykaż, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ jest jednostajnie ciągła.

Zadanie 4. Pokaż przykład funkcji $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, która nie jest ograniczona z góry ani z dołu, ale jest jednostajnie ciągła.

Zadanie 5. Wykaż, że złożenie funkcji jednostajnie ciągłych jest jednostajnie ciągłe.