

Zadania domowe z Analizy Matematycznej I

13 października 2018

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy oddać najpóźniej 22 października. W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu lub ćwiczeń. Każde rozwiązane zadanie pozwala uzyskać jeden punkt. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Udowodnij, że dla dowolnego $n \geq 10$ zachodzi nierówność:

$$2^n \geq n^3.$$

Zadanie 2. Udowodnij, że dla $n \in \mathbb{N}$:

$$\left(1 + \sqrt[3]{2} + \dots + \sqrt[3]{n}\right) \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right) \geq n^2.$$

Zadanie 3. Udowodnij, że dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi nierówność:

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Zadanie 4. Wyznacz kresy zbioru (w zbiorze liczb rzeczywistych)

$$\left\{ \frac{m+n}{1+mn} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Zadanie 5. Niech $A, B \subseteq \mathbb{R}$. Udowodnij, że jeśli $\sup(A \setminus B) = \sup(B \setminus A)$, to $\sup A = \sup B$.