

# Zadania domowe z Analizy Matematycznej I

## — seria V

14 grudnia 2018

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy złożyć w mojej skrzynce w sekretariacie najpóźniej w środę 19 XII o 12. W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu, ćwiczeń oraz rozpiski umieszczonej na mojej stronie. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

**Zadanie 1.** Załóżmy, że szereg o wyrazie ogólnym

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

jest zbieżny. Udowodnij, że jeśli szereg o wyrazie ogólnym  $a_n$  jest zbieżny, to suma tego szeregu (granica jego sum częściowych) wynosi 0.

**Zadanie 2.** Zbadaj zbieżność szeregu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{\sin\left(n + \frac{1}{n^2}\right)}{n}.$$

**Zadanie 3.** Zbadaj zbieżność szeregu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{(-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}{n^{1+\frac{1}{n}}}.$$

**Zadanie 4.** Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{n^2}{2^n}$ . Starannie uzasadnij poprawność rozumowania. Popowiedź:  $n^2 = n(n-1) + n$ .

**Zadanie 5.** Wskaż przykład trzech szeregów  $a_n, b_n, c_n$  takich, że iloczyn Cauchy'ego szeregów  $a_n, b_n$  jest zbieżny, iloczyn Cauchy'ego szeregów  $a_n, c_n$  jest zbieżny, ale iloczyn Cauchy'ego szeregów  $b_n, c_n$  jest rozbieżny.