

Zadania domowe z Analizy Matematycznej I

— seria VI

8 stycznia 2019

Pisemne rozwiązania poniższych zadań należy złożyć w mojej skrzynce w sekretariacie najpóźniej w czwartek 17 I o 14. W rozwiązaniach poniższych zadań można powoływać się na fakty z wykładu, ćwiczeń oraz rozpiski umieszczonej na mojej stronie. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Wyznacz granicę funkcji:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sin x + 3} + e^{\sqrt{x}}}{x^2 + 7}.$$

Zadanie 2. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana warunkiem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{\cos x - 1}, & \text{jeśli } x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ c, & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

Zbadaj, czy f jest ciągła w zależności od parametru c .

Zadanie 3. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana warunkiem:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x), & \text{jeśli } x \notin \mathbb{Q} \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

Zbadaj, w jakich punktach f jest ciągła.

Zadanie 4. Załóżmy, że $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest monotoniczna i ma własność Darboux. Wykaż, że f jest ciągła.

Zadanie 5. Załóżmy, że $f, g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ są ciągłymi bijekcjami. Udowodnij, że dla pewnego x zachodzi równość:

$$f(g(x)) = g(f(x)).$$