Zadania na ćwiczenia z Analizy I

1 grudnia 2018

Poniższe zadania należy deklarować na zajęciach z Analizy Matematycznej 3 i 7 grudnia. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Załóżmy, że dla dowolnego ciągu b_n mamy:

$$\limsup(a_n + b_n) = \limsup a_n + \limsup b_n.$$

Udowodnij, że ciąg a_n jest zbieżny.

Zadanie$^\circ$ 2. Czy szereg o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{n^n(n+1)^n \cdots (2n)^n}{\left(\frac{n}{2}\right)^{2n^2}}$$

jest zbieżny?

Zadanie 3. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{\binom{nk}{n}}$, gdzie $k \leq 2$, jest zbieżny?

Zadanie 4. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$ jest zbieżny?

Zadanie 5. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ jest zbieżny?

Zadanie 6. Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

Zadanie 7. Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{(3n-1)(3n+1)(3n+4)}$.

Zadanie 8. Załóżmy, że ciąg a_n ma wyrazy dodatnie, jest rosnący i ograniczony. Udowodnij, że szereg o wyrazach $1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest zbieżny.