

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

26 listopada 2018

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 30 listopada i 2 grudnia. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Udowodnij, że dla dowolnego $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ zbiór

$$\{n\alpha - \lfloor n\alpha \rfloor \mid n \in \mathbb{N}\}$$

przyjmuje dowolnie małe wartości.

Zadanie 2. Wyznacz $\limsup$ i $\liminf$ ciągu $\sin(n)$.

Zadanie 3. Załóżmy, że dla dowolnego ciągu b_n mamy:

$$\limsup(a_n + b_n) = \limsup a_n + \limsup b_n.$$

Udowodnij, że ciąg a_n jest zbieżny.

Zadanie^o 4. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{n^n}{(n!)^2}$ jest zbieżny?

Zadanie 5. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{\binom{n}{k}}$, gdzie $k \leq 2$, jest zbieżny?

Zadanie 6. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$ jest zbieżny?

Zadanie 7. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \sqrt[n]{n} - 1$ jest zbieżny?

Zadanie 8. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ jest zbieżny?