

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

10 grudnia 2018

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej 14 i 17 grudnia. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Wskaż parę szeregów rozbieżnych, których iloczyn Cauchy'ego jest zbieżny.

Zadanie 2. Udowodnij, że jeśli a_n, b_n są szeregami o wyrazach dodatnich i jeden z nich jest rozbieżny, to ich iloczyn Cauchy'ego jest rozbieżny.

Zadanie 3. Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{(3n-1)(3n+1)(3n+4)}$.

Zadanie 4. Załóżmy, że ciąg a_n ma wyrazy dodatnie, jest rosnący i ograniczony. Udowodnij, że szereg o wyrazach $1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest zbieżny.

Zadanie 5. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{\sin(n + \frac{1}{n})}{\ln(n)}$ jest zbieżny?

Zadanie 6. Czy szereg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{(-1)^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}}{n}$ jest zbieżny?

Zadanie 7. Wyznacz iloczyn Cauchy'ego szeregu o wyrazie ogólnym

$$a_n = (-1)^n \frac{a^{2n}}{(n!)^2}$$

z samym sobą.

Zadanie^o 8. Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{1}{2^n} \left(\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \dots + \frac{2^n}{n!} \right).$$

Zadanie 9. Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym $a_n = n2^n$.