

# Zadania na ćwiczenia z Analizy I

7 grudnia 2018

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej 3 i 7 grudnia. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

**Zadanie 1.** Załóżmy, że dla dowolnego  $n$  zachodzą nierówności  $b_n < a_n < c_n$  i szeregi o wyrazach ogólnych  $b_n, c_n$  są zbieżne. Czy wynika stąd, że szereg o wyrazie ogólnym  $a_n$  jest zbieżny?

**Zadanie 2.** Czy szereg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{1}{\binom{n}{k}}$ , gdzie  $k \leq 2$ , jest zbieżny?

**Zadanie 3.** Wyznacz sumę szeregu o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{1}{(3n-1)(3n+1)(3n+4)}$ .

**Zadanie 4.** Załóżmy, że ciąg  $a_n$  ma wyrazy dodatnie, jest rosnący i ograniczony. Udowodnij, że szereg o wyrazach  $1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}$  jest zbieżny.

**Zadanie 5.** Czy szereg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{\sin(n + \frac{1}{n})}{\ln(n)}$  jest zbieżny?

**Zadanie 6.** Czy szereg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{(-1)^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}}{n}$  jest zbieżny?

**Zadanie<sup>o</sup> 7.** Czy szereg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{(-1)^n \arctg(n)}{\sqrt{n}}$  jest zbieżny?

**Zadanie<sup>o</sup> 8.** Czy szereg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{(-1)^n \sin(n)}{\sqrt{n}}$  jest zbieżny?

**Zadanie<sup>o</sup> 9.** Wyznacz iloczyn Cauchy'ego szeregów o wyrazach ogólnych  $a_n = \frac{2^n}{n!}$ ,  $b_n = \frac{1}{2^n n!}$ .

**Zadanie 10.** Wyznacz iloczyn Cauchy'ego szeregów o wyrazach ogólnych  $a_n = (n+1)x^n$ ,  $b_n = (-1)^n(n+1)x^n$