

Zadania domowe z Analizy I — seria III

26 kwietnia 2019

Pisemne rozwiązania zadań należy dostarczyć najpóźniej w środę 8 maja o 14. Wszystkie zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Wykaż, że jeśli $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągiem wielomianów stopnia k oraz $f_n \Rightarrow f$, to f jest wielomianem.

Zadanie 2. Wyznacz $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{n!}$.

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest taką funkcją, że $f'(x) = 2xf(x)$ dla $x \in \mathbb{R}$ i że $f(0) = 1$. Udowodnij, że istnieje dokładnie jedna taka funkcja i wyznacz ją.

Zadanie 4. Oblicz całkę

$$\int \frac{1}{(1+x+x^2)(1-x)} dx.$$

Zadanie 5. Wykaż, że funkcja charakterystyczna zbioru liczb wymiernych nie jest granicą zbieżnego punktowo ciągu funkcji ciągłych.