

# Zadania domowe z Analizy I — I seria

8 marca 2019

Pisemne rozwiązania zadań należy dostarczyć najpóźniej w trakcie zajęć z analizy 12 marca. Wszystkie zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

**Zadanie 1.** Wyznacz pochodną funkcji  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & \text{jeśli } x > 0 \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie dana wzorem  $f(x) = \sin x \sin 3x$ . Zbadaj, na jakich przedziałach  $f$  jest rosnąca, malejąca, i wyznacz jej ekstrema. Naszkicuj wykres.

**Zadanie 3.** Udowodnij, że równanie  $e^x - \ln(x) = 0$  ma co najwyżej dwa rozwiązania.

**Zadanie 4.** Udowodnij, że nie istnieje funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  taka, że dla dowolnego  $x$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = +\infty.$$

**Zadanie 5.** Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie dana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{jeśli } x > 0 \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

Udowodnij, że  $f$  jest jednostajnie ciągła.