

Zadania domowe z Analizy I — I seria

3 czerwca 2019

Pisemne rozwiązania zadań należy zostawić w mojej skrzynce najpóźniej 11 czerwca o 14. Wszystkie zadania należy rozwiązywać samodzielnie.

Zadanie 1. Oblicz całkę:

$$\int \frac{x}{\sqrt{1+x+x^2}} dx.$$

Zadanie 2. Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (n+n)}}{n}$$

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ciągła. Wykaż, że

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \int_x^1 \frac{f(t)}{t^2} dt = f(0).$$

Zadanie 4. Wyznacz wartość

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx.$$

Zadanie 5. Załóżmy, że $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją jednostajnie ciągłą i $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ jest zbieżna. Wykaż, że $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.