

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

29 maja 2019

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 31 maja. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Zbadaj zbieżność całki w zależności od parametru k :

$$\int_0^1 \frac{e^x - \cos x}{\sin^k x} dx$$

Zadanie 2. Zbadaj zbieżność całki

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją malejącą klasy C^1 , której obrazem jest odcinek $[1, 0)$. Wykaż, że jeśli

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx$$

jest zbieżna, to

$$\int_0^1 f^{-1}(x) dx$$

też jest zbieżna i całki są sobie równe (f^{-1} oznacza funkcję odwrotną do funkcji f).