

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

29 marca 2019

Poniższe zadania należy deklarować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 2 i 5 kwietnia. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Niech $f(x) = e^x \sin x$. Wykaż, że dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n.$$

Zadanie 2. Niech $(a_n), (b_n)$ będą takimi ciągami liczb rzeczywistych, że dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n.$$

(W szczególności obie sumy istnieją i są skończone). Wykaż, że dla dowolnego n zachodzi równość $a_n = b_n$.

Zadanie 3. Czy jeśli założymy, że

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n k^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n k^n$$

dla dowolnego $k \in \mathbb{N}$, to wciąż wynika stąd równość $a_n = b_n$ dla dowolnego n ?