

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

22 marca 2019

Poniższe zadania należy deklarować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 22 i 26 marca. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją wypukłą. Udowodnij, że f nie ma maksimumów lokalnych i ma co najwyżej jedno minimum lokalne.

Zadanie 2. Wykaż, że dla dowolnych $x, y > 0$

$$\sqrt[2019]{x+y} \leq \sqrt[2019]{x} + \sqrt[2019]{y}$$

Zadanie 3 (Przygotowanie do zadania o ciągłości pochodnej). Niech $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ będzie rodziną zbiorów domkniętych, $C_n \subset \mathbb{R}$ takich, że $\bigcup C_n = \mathbb{R}$. Udowodnij, że dla pewnego k zbiór C_k zawiera niepusty przedział otwarty.

Przypomnijmy, że zbiór C jest domknięty gdy dla dowolnego $x \in \mathbb{R} \setminus C_n$ istnieje przedział otwarty I taki, że $x \in I$ oraz I jest rozłączny z C_n .