

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

21 maja 2019

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 24 i 28 maja. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Niech $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą. Wykaż, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right) \rightarrow \int_0^1 f(x) dx.$$

Zadanie 2. Wskaż przykład funkcji całkowlnej w sensie Riemanna, która nie spełnia własności z poprzedniego zadania.

Zadanie 3. Wyznacz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{n+1} + \sin \frac{1}{n+2} + \dots + \sin \frac{1}{n+n}.$$