

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

27 lutego 2019

Poniższe zadania należy deklarować na zajęciach z Analizy Matematycznej i 1 i 5 marca. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją różniczkowalną w punkcie x_0 . Wykaż, że f jest ciągła w x_0 .

Zadanie 2. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Przypuśćmy, że dla pewnego $x \in \mathbb{R}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = +\infty.$$

Czy wynika stąd, że f jest ciągła w punkcie x ?

Zadanie 3. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & \text{jeśli } x \neq 0 \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

Wyznacz pochodną funkcji f .

Zadanie 4. Wskaż przykład funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, która jest w każdym punkcie różniczkowalna, i której pochodna nie jest ograniczona na przedziale $[-1, 1]$.