

Zadania na ćwiczenia z Analizy I

8 marca 2019

Poniższe zadania należy deklарować na zajęciach z Analizy Matematycznej I 8 i 11 marca. Za każde zadanie można zdobyć punkt. W każdym tygodniu za rozwiązanie zadań można zdobyć trzy punkty.

Zadanie 1. Udowodnij nierówność:

$$xe^{-x^2} \ln(x) \leq \sqrt{\frac{1}{2e}} x.$$

Zadanie 2. Wykaż, że dla dowolnych $a_0, \dots, a_n \neq 0, \alpha_0, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$ równanie

$$a_0 x^{\alpha_0} + \dots + a_n x^{\alpha_n}$$

ma co najwyżej n pierwiastków dodatnich.

Zadanie 3. Wykaż, że jeśli $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, $f(0) = f(1) = 0$ oraz istnieje takie x_0 , że $f(x_0) = 1$, to istnieje takie x_1 , że $|f'(x_1)| = 2$.

Zadanie 4. Wykaż, że jeśli $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, $f(0) = f(1) = 0$, to istnieje takie x_0 , że $f(x_0) + f'(x_0) = 0$.