

Przestrzenie $CAT(0)$

Referat na 30. kwietnia

Oparty na

„Lectures on proper $CAT(0)$ spaces and their isometry groups”,
Pierre-Emmanuel Caprace

Filip Binkiewicz

- Przypomnienie: ścieżka geodezyjna, przestrzeń (jednoznacznie) geodezyjna (na przykład graf metryczny)
- Wprowadzenie: trójkąt porównania, nierówność $CAT(0)$, przestrzeń $CAT(0)$
- Przykłady:
 - Każda przestrzeń prehilbertowska jest $CAT(0)$
 - Graf metryczny jest $CAT(0)$ wtedy i tylko wtedy, gdy jest drzewem
- Konstrukcje nowych przestrzeni $CAT(0)$
 - Wypukłe podprzestrzenie
 - Produkt kartezjański
 - Twierdzenie Cartana-Hadamarda: jeśli X jest spójną, zupełną przestrzenią metryczną oraz jest lokalnie $CAT(0)$, to na nakryciu uniwersalnym możemy zadać (jednoznacznie) metrykę \tilde{d} taką, że (\tilde{X}, \tilde{d}) jest $CAT(0)$ oraz nakrycie $\tilde{X} \rightarrow X$ lokalnie jest izometrią.
- Twierdzenie Hopfa-Rinowa. Niech X będzie lokalnie zwartą przestrzenią $CAT(0)$. Wówczas
 - (i) X jest właściwa wtedy i tylko wtedy, gdy jest zupełna
 - (ii) Jeśli X jest geodezyjnie zupełna, to jest właściwa