ODLEGŁOŚĆ I OBJĘTOŚĆ

1. Niech $V = \{x_1 = x_2,\ x_3 = x_4\} \subset \mathbb{R}^4$
$L = \{[1,-1,1,-1] + t(2,1,1,1)\}$.
Znaleźć odległość V od L.

2. Niech $\Delta^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$ będzie standardowym sympleksem rozpiętym przez wierzchołki $e_i = (0,0,\ldots,\underset{i}{1},\ldots 0)$.
Obliczyć objętość $|\Delta^n|$

3. Niech A i B będą rozłącznymi ścianami Δ^n wymiaru k i $n-k-1$.
Znaleźć odległość $d(A,B)$.

4. Niech $P = \{a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b\} \subset \mathbb{R}^n$, oraz niech $q = (q_1, \ldots q_n)$. Udowodnić wzór na odległość:
$$d(P,q) = \frac{|a_1q_1 + a_2q_2 + \ldots + a_nq_n - b|}{(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2)^{\frac{1}{2}}}$$

5. Niech $\Delta(a_0 \ldots a_n)$ oznacza sympleks rozpięty przez punkty $a_0, \ldots, a_n \in \mathbb{R}^N$ (np ≤), a $|\Delta|$ objętość.
Znaleźć związek pomiędzy $|\Delta(a_0 \ldots a_m)|$, $|\Delta(b_0, \ldots b_n)|$, $|\Delta(a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots b_n)|$ oraz $h = d(\mathrm{aff}(a_0, \ldots, a_m), \mathrm{aff}(b_0, \ldots b_n))$.
Uwaga: dla $n=0$ mamy
$$|\Delta(a_0, \ldots, a_m, b_0)| = \frac{1}{m+1}|\Delta(a_0, \ldots a_m)| \cdot h.$$

6. Niech F będzie przekształceniem afinicznym $\mathbb{R}^n$ zachowującym objętości k-wymiarowych sympleksów (k ustalone $1 \leq k < n = \dim \mathbb{R}^n$). Czy F jest izometrią? Wsk: zastosować rozkład polarny i diagonalizację.