

1. Dane wektory $a_1, \dots, a_n \in V$,
 $a_i \neq 0$, $|\angle(a_i, a_j)| > \frac{\pi}{2}$.

Wykazać, że $n-1 \leq \dim V$.

2. Dana macierz symetryczna
i dodatnio określona postaci

$$E = \begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix}. \text{ Wykazać, że}$$

$$\det E \leq \det A \cdot \det B$$

3. Znaleźć warunki konieczny i
dostateczny na to by liczby
 a_{ij} ($i, j = 0, \dots, n$) były odległo-
ściami pewnego układu punktów

$$a_{ij} = d(p_i, p_j)$$

4. Wyrazić mnożenie w kwaternionach
za pomocą iloczynu
wektorowego i skalarnego.

Ad1: Dłowne $n-1$ wektory spośród a_1, \dots, a_n są liniowo niezależne.
Wniosek: Jeśli A jest nieujemnie określona, macierzą symetryczną $n \times n$
z ujemnymi wyrazami poza przekątną i dodatnimi na przekątnej,
to $\text{rzęd } A \geq n-1$.