

Mikołaj Rotkiewicz

O klasycznych strukturach algebraicznych na wyższych analogach algebroidów Liego

Pojęcie *algebroidu wyższego rzędu*, wprowadzone w pracy *Higher-order analogs of Lie algebroids via vector bundle comorphisms* (M. Jóźwikowski, M. Rotkiewicz, SIGMA 2018), stanowi uogólnienie zarówno wiązki stycznej rzędu k , $\tau_M^k : T^k M \rightarrow M$, jak i algebroidu Liego. Kluczowa idea polega na tym, że w przeciwieństwie do klasycznej definicji algebroidu Liego jako wiązki wektorowej wyposażonej kotwicę oraz nawias Liego na przestrzeni jej cięć, definicja oparta na komorfizmach pewnych wiązek wektorowych pozwala na naturalne rozszerzenie tego pojęcia na wyższe rzędy. Co więcej, takie podejście jest dobrze uzasadnione z perspektywy mechaniki geometrycznej na algebroidach.

Alternatywny opis algebroidu Liego $(A, [\cdot, \cdot], \sharp)$ polega na rozważeniu komorfizmu wiązek wektorowych κ , który jest odwzorowaniem sprzężonym do przekształcenia Poissona $\varepsilon : T^*A \rightarrow TA^*$ związanego z algebroidem Liego A . Ten sam komorfizm pojawia się w procedurze redukcji homotopii z poziomu grupoidów Liego do poziomu algebroidów Liego, dostarczając alternatywnej definicji funktora Liego.

W referacie wprowadzę pojęcie algebroidów wyższego rzędu i, bazując na najnowszej pracy [MR2024], wyjaśnię, jakie klasyczne struktury algebraiczne kryją się za opisem algebroidów wyższego rzędu za pomocą komorfizmów. W szczególności dla przypadku $k = 2$ zaprezentuję wzajemną odpowiedniość między algebroidami Liego drugiego rzędu a pewnymi morfizmami do reprezentacji dołączonej w kategorii reprezentacji algebroidów Liego z dokładnością do homotopii.

[MR2024], Mikołaj Rotkiewicz, Exploring the Structure of Higher Algebroids, 2024, arXiv:2408.02194.

'On classical algebraic structures on higher-order analogs of Lie Algebroids'

The notion of a *higher-order algebroid*, as introduced by Jóźwikowski and Rotkiewicz in *Higher-order analogs of Lie algebroids via vector bundle comorphisms* (SIGMA 2018), generalizes the concepts of a higher-order tangent bundle $\tau_M^k : T^k M \rightarrow M$ and a (Lie) algebroid. This idea is based on a (vector bundle) comorphism approach to (Lie) algebroids and the reduction procedure of homotopies from the level of Lie groupoids to that of Lie algebroids. In brief, an alternative description of a Lie algebroid $(A, [\cdot, \cdot], \sharp)$ is a vector bundle comorphism κ , defined as the dual of the vector bundle morphism $\varepsilon : T^*A \rightarrow TA^*$ (a Poisson map) associated with the Lie algebroid A . The framework of comorphisms has proven to be a suitable language for describing higher-order analogues of Lie algebroids from the perspective of the role played by (Lie) algebroids in geometric mechanics.

In my talk, I will introduce the notion of higher algebroids and, drawing from recent preprint [MR2024], explain how to uncover the classical algebraic structures that underpin the intricate description of higher-order algebroids via comorphisms. Specifically, in the case $k = 2$, I will demonstrate a one-to-one correspondence between higher-order Lie algebroids and pairs consisting of a two-term representation (up to homotopy) of a Lie algebroid and a morphism to the adjoint representation of that algebroid.

[MR2024], Mikołaj Rotkiewicz, Exploring the Structure of Higher Algebroids, 2024, arXiv:2408.02194.